PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 22. 1. November 1908. 9. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 23 am 9. November 1908.

INHALT:

80. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte zu Köln vom 20. bis 26. September 1908. S. 729.

Präsenzliste der Abteilung II (Physik). S. 730.

Vorträge und Diskussionen von der 80. Naturforscherversammlung zu Köln:

E. Marx, Einfluß der Röntgenstrahlen auf das Einsetzen der Glimmentladung. S. 731.

A. Korn, Über die Lösung der Grundprobleme der Elastizitätstheorie. S. 736.

F. P. Liesegang, Konstruktionstypen des Kinematographen. S. 741.

A. L. Bernoulli, Atomzerfall und Serienspektren. S. 745.

G. Berndt, Über Hysteresis bei einigen Eisenverbindungen. S. 750.

F. Löwe, Gitterspektroskop mit nach Wellenlängen bezifferter Mikrometerschraube. S. 752.

Drecker, Über Gnomone und Sonnenuhren, ihre Geschichte und Literatur. S. 754.

A. H. Bucherer, Messungen an Becquerelstrahlen. Die experimentelle Bestätigung der Lorentz-Einsteinschen Theorie. S. 755.

J. Classen, Eine Neubestimmung von $\frac{\varepsilon}{\mu}$ für Kathodenstrahlen. S. 762.

W. Wien, Über positive Strahlen. S. 765.

J. Stark, Neue Beobachtungen an Kanalstrahlen in Beziehung zur Lichtquantenhypothese. S. 767.

W. Krebs, Vulkanismus im Planetensystem. S. 773.

W. Krebs, Vereinfachungen im meteorologischen Instrumentar. S. 774.

W. Krebs, Notwendigkeit des landeskundlichen Gesichtspunktes im naturwissenschaftlichen und physikalischen Unterricht. S. 774.

P. Debije, Das elektromagnetische Feld um einen Zylinder und die Theorie des Regenbogens. S. 775.

M. Laue, Das Additionstheorem der Entropie. S. 778.

G. Meyer, Demonstration einer neuen Saug- und Druckluftpumpe nach Gaede. S. 780.

W. Voigt, Eine Einwirkung natürlich aktiver Körper auf das an ihnen reflektierte Licht (nach Beobachtungen von K. Foersterling). S. 782.

K. Scheel u. W. Heuse, Über scheinbare Abweichungen vom Mariotteschen Gesetz und deren Einfluß auf die Messung kleiner Drucke. S. 784.

W. König, Über Demonstration langsamer elektrischer Schwingungen. S. 788.

A. Korn, Neue Resultate der Telautographie. S. 789.

E. van Everdingen, Über die Ermittlung des Winkels zwischen Gradient und Windrichtung. S. 796.

Besprechungen:

K. Luyken, Die absoluten erdmagnetischen Beobachtungen der Kerguelenstation. II. S. 798.

K. Deinhardt u. A. Schlomann, Illustrierte technische Wörterbücher. II. Die Elektrotechnik. S. 799.

H. Crew, Allgemeine Physik. S. 799.

K. Rosenberg, Experimentierbuch für den Unterricht in der Naturlehre. I. S. 800.

C. Schäffer, Natur-Paradoxe. S. 800.

E. König, Die Autochrom-Photographie. S. 800.

Personalien. S. 800.

Gesuche. S. 800.

80. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte zu Köln, vom 20. bis 26. September 1908.

Nach den so überaus wohlgelungenen Veranstaltungen der Sektion Physik auf der vorjährigen Dresdener Tagung hat vielleicht mancher im Laufe des letzten Jahres mit einer gewissen Sorge der diesjährigen Sektionsarbeit entgegengesehen, fehlte doch in Köln ein großes, mit allen Hilfsmitteln ausgestattetes physikalisches Institut, dessen Räume und Hilfsmittel der Sektion sich zur Verfügung stellen konnten. Wenn alle jene Skeptiker, die die Kölner Tagung besuchten, eine durchaus angenehme Enttäuschung erfahren haben, so ist das in erster Linie der aufopferungsvollen Tätigkeit des Herrn Prof. Bermbach zu danken. War auch der Hörsaal der Handelshochschule, in welchem der Hauptteil der Sektionsarbeit sich vollzog, ursprünglich keineswegs für physikalische Zwecke eingerichtet, so wickelte sich doch dank der vorzüglichen Vorarbeit des Ortsausschusses auch der experimentelle Teil stets glatt ab. Auch für die Bedürfnisse der Sektion außerhalb der Sitzungszeit, die gemeinsamen Mittagsmahlzeiten, Treffpunkte usw. war stets mit vorzüglicher Umsicht vorgesorgt.

Der Besuch der Sektion war ein überaus erfreulicher, wofür schon die stattliche Zahl von Physikern auf dem Begrüßungsabend beredtes Zeugnis ablegte. Im Laufe von 5 Sektionssitzungen wurden nicht weniger als 44 wissenschaftliche Vorträge erledigt, an die sich bisweilen recht lebhafte und teilweise auch wirklich nutzbringende Debatten anschlossen.

Im einzelnen gestaltete sich die Tagesordnung der Sektionssitzungen folgendermaßen:

1. Sitzung, Montag, den 21. September, nachmittags 3 Uhr. Vorsitzender: Planck (Berlin).

1. E. Marx (Leipzig): Einfluß der Röntgenstrahlen auf das Einsetzen der Glimmentladung.
2. A. Korn (München): Über die Lösung der Grundprobleme der Elastizitätstheorie.
3. F. P. Liesegang (Düsseldorf): Konstruktionstypen des Kinematographen.
4. A. L. Bernoulli (Aachen): Atomzerfall und Serienspektren.
5. Edgar Meyer (Zürich-Schweiz): Über Lumineszenzerscheinungen am blauen Flußspat.
6. G. Berndt (Halle): Über Hysteresis bei einigen Eisenverbindungen.
7. Wießner (Freiwaldau): Beitrag zur Bestimmung der Bahn des Lichtes.

2. Sitzung, Dienstag, den 22. September, vormittags 9 Uhr. Vorsitzender: v. Oettingen (Leipzig).

8. A. Bestelmeyer (Göttingen): Demonstration eines Luftdruckvariometers zur Messung der Vertikalgeschwindigkeit im Luftballon.
9. Herm. Th. Simon (Göttingen): Über neuere Methoden zur Erzeugung elektrischer Schwingungen und Bedeutung derselben für die drahtlose Telegraphie.
10. H. Lehmann (Jena): Die ultraroten Spektra und noch nicht beobachtete Serienlinien von 20 Metallen.
11. Derselbe: Über einen neuen Schirm mit metallischer Oberfläche zur Projektion farbiger und lichtschwacher Bilder.
12. Fr. Klingelfuß (Basel): Neuerungen an Induktorien, insbesondere für Strom- und Spannungsmessungen.
13. R. Gans (Tübingen): Etalon für die magnetische Feldstärke.
14. F. Löwe (Jena): Über ein neues Gitterspektroskop mit direkter Wellenlängenschraube.
15. Drecker (Aachen): Gnomone und Sonnenuhren, ihre Geschichte und Literatur.
16. F. Henning (Charlottenburg): Der Sättigungsdruck des Wasserdampfes zwischen 50° und 200° C.

3. Sitzung, Dienstag, den 22. September, nachmittags 3 Uhr. Vorsitzender: Lecher (Prag).

17. H. W. Schmidt (Gießen): Beitrag zur Frage über den Einfluß der Temperatur auf radioaktive Prozesse.
18. A. H. Bucherer (Bonn): Messungen an Becquerelstrahlen.

19. Classen (Hamburg): Eine Neubestimmung von $\frac{e}{m}$ für Kathodenstrahlen.
20. W. Wien (Würzburg): Über positive Strahlen.
21. H. Rubens (Berlin): Über die Abhängigkeit des Emissionsvermögens der Metalle von der Temperatur.
22. J. Stark (Hannover): Neue Beobachtungen an Kanalstrahlen in Beziehung zur Lichtquantenhypothese.
23. Rud. Ladenburg (Breslau): Über die Dispersion des leuchtenden Wasserstoffes (nach gemeinsam mit Stanislaw Loria ausgeführten Versuchen).
24. Rud. Ladenburg (Breslau): Über die Anfangsgeschwindigkeit lichtelektrischer Elektronen (nach Versuchen von Erich Ladenburg und Karl Markau).

4. Sitzung, Mittwoch, den 23. September, vormittags 9 Uhr. Vorsitzender: Kayser (Bonn).

25. Cantor (Würzburg): Über eine neue Wirkung des elektrischen Stromes.
26. v. Baeyer (Berlin): Über Reflexion und Sekundärstrahlung langsamer Kathodenstrahlen.
27. Füchtbauer (Würzburg): Sekundärstrahlen sehr langsamer Kathodenstrahlen.
28. M. Planck (Berlin): Bemerkungen zum Prinzip der Aktion und Reaktion in der allgemeinen Dynamik.
29. v. Baeyer (Berlin): Über den Einfluß der Dispersion auf den Gangunterschied beim Interferenzspektroskop nach Lummer-Gehrcke.
30. Cl. Schäfer (Breslau): Beugung elektromagnetischer Wellen an zylindrischen Hindernissen.
31. P. Debije (München): Das elektromagnetische Feld um eine Kugel und die Theorie des Regenbogens.
32. Searle (Cambridge): Die Energiestrahlung seitens eines Elektrons, das sich harmonisch in einer endlichen geradlinigen oder elliptischen Bahn bewegt.
33. — Über die durch eine sprungweise Änderung der Winkelgeschwindigkeit einer elektrisierten Kugel hervorgerufene Energiestrahlung.
34. Zeeman (Amsterdam): Spektralanalytische Untersuchung der magnetischen Felder auf der Sonne.
35. M. Laue (Berlin): Über das Additionstheorem der Entropie.
36. C. Fredenhagen (Leipzig): Temperaturstrahlung und Reaktionsstrahlung und ihre Bedeutung für die Spektroskopie und Photochemie.

5. Sitzung, Mittwoch, den 23. September, nachmittags 3 Uhr. Vorsitzender: Voigt (Göttingen).

37. G. Meyer (Köln): Demonstration einer Saug- und Druckluftpumpe nach Gaede.
38. Karl Fischer (München): Fixpunkte für tiefe Temperaturen.
39. W. Voigt (Göttingen): Einige neue Beobachtungen im Gebiet der Optik anisotroper Körper.
40. Karl Scheel (Berlin-Wilmersdorf): Brechung und Dispersion des Heliums (nach gemeinsamen Versuchen mit Rud. Schmidt).
41. W. Felgenträger (Charlottenburg): Die Verzeichnungsfehler von Mikroskopobjekten.
42. P. Nordmeyer (Aachen): Über das Funkenpotential bei zwei hintereinander geschalteten Funkenstrecken.
43. W. Heuse (Berlin): Über scheinbare Abweichungen vom Mariotteschen Gesetze und deren Einfluß auf die Messung kleiner Drucke (nach gemeinsamen Versuchen mit Karl Scheel).
44. W. König (Gießen): Über Demonstration langsamer elektrischer Schwingungen.

Ein Teil der Vorträge der 2. Sektionssitzung fand in der Aula der Handelshochschule statt und litt erheblich unter der auffallend schlechten Akustik dieses Raumes.

Auch aus den Nachbarsektionen sind eine Reihe physikalisch interessanter Vorträge zu erwähnen, so vor allen Dingen aus der Sektion 1a (Mathematik)

H. Minkowski (Göttingen): Raum und Zeit.

In Sektion 3 (Angewandte Mathematik und Physik) usw. sprach

Korn (München) über „Neue Resultate der Telautographie";

in Sektion 4 (Chemie einschl. Elektrochemie)

J. Stark (Hannover): über „Spektrale Beobachtungen über die Fluoreszenz organischer Verbindungen".

Auch in den vereinigten Sektionen 6 (Geographie, Meteorologie und Erdmagnetismus) und 7 (Geographie, Hydrographie und Kartographie) fanden dem Physiker interessante Vorträge statt, deren Aufzählung hier zu weit führen würde.

Aber auch in den allgemeinen Sitzungen wurden zum Teil Gegenstände von hohem physikalischen Interesse behandelt. So sprach in der Eröffnungssitzung am Montag

v. Parseval (Berlin) über „Motorballon und Flugmaschine"

und in der Gesamtsitzung beider Hauptgruppen am Donnerstag

Wiener (Leipzig) über „Die Entwicklung der Farbenphotographie".

Am Mittwoch Nachmittag fand im Anschluß an ein Referat von F. Klein (Göttingen) eine Diskussion statt über die Dresdener Vorschläge für den mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht.

So kann denn die Physik in jeder Hinsicht auf eine ersprießliche Tätigkeit zurückblicken.

Über die Stadt Köln als Feststadt und die gemeinsamen Veranstaltungen ist nur Lobendes zu erwähnen, doch würde ein weiteres Eingehen auf Einzelheiten hier zu weit führen. Erwähnt sei vor allen Dingen noch, daß auch die Bonner Physik ihr redlich Teil zum Gelingen des Ganzen beigetragen hat, insbesondere durch die Einladung der Sektion nach Bonn auf den Freitag Nachmittag. Leider war es dem Berichterstatter nicht möglich, an dieser Exkursion teilzunehmen.

E. Bose.

Präsenzliste der Abteilung II (Physik).

Name	Wohnort	Name	Wohnort	Name	Wohnort
Archenhold, F. S.	Treptow	Bose, E.	Danzig	Debije, P.	Aachen
		Braun, F.	Straßburg	Dechend, v., H.	Freiburg i. B.
		Breuer, A.	Trier	Dember, H.	Dresden
Baeyer, v., O.	Berlin	Bucherer, Alfr.	Bonn	Ditmar, Rud.	Graz
Bakowski, A.	Bonn	Buchkremer, L.	Neuß	Drecker	Aachen
Beckenhaupt, C.	Altenstadt-Weißenburg	Burski, v.	Köln	Druxes	Köln
		Busch, H.	Göttingen		
Bergmann, F.	Berlin				
Bermbach	Köln			Edelmann, M.	München.
Berndt	Cöthen			Edler	Halle a. d. S.
Bernoulli	Aachen	Cantor	Würzburg	Eversheim, Paul	Bonn
Bernoulli, R.	Basel	Cermak, P.	Gießen		
Bestelmeyer, A.	Göttingen	Classen	Hamburg		
Borchardt, Br.	Charlottenburg	Conrat, F.	Amsterdam	Felgenträger, W.	Charlottenburg
Born, Max	Breslau	Cranz,	Berlin	Fischer, K. T.	Solln b. München

Name	Wohnort
Fredenhagen, C.	Leipzig
Fricke, K.	Bremen
Füchtbauer, Chr.	Würzburg
Gaede, W.	Freiburg i. B.
Gans	Tübingen
Geisler, H.	Köln
Geitler, Ritter v.	Czernowitz
Goetze, R.	Leipzig
Greenau, A.	Köln
Grisson	Berlin
Grumnach	Berlin
Hagenbach, A.	Basel
Hallwachs	Dresden
Hantzsch, A.	Leipzig
Happel, H.	Tübingen
Heine, H.	Köln
Henning, F.	Charlottenburg
Heuse, W.	Friedenau-Berlin
Heusgen, C.	Wiesbaden
Hildebrand, G.	Leipzig
Holzapfel, P.	Köln
Ignatowski, v., W.	Gießen
Iklé, Max	Charlottenburg
Jentzsch, Felix	Berlin W
Kayser, H.	Bonn
Klingelfuß, Fr.	Basel
Koelzer	Bonn
König, W.	Gießen
Konen, H.	Münster
Koppes, J.	Luxemburg
Korn, A.	München
Krüger, Fr.	Göttingen
Krüger, Fr.	Altenburg, S.-A.
Kuwaki	Tokio
Ladenburg, Rud.	Breslau
Lang, J.	Köln
Laue, M.	Berlin
Lecher, E.	Prag
Lehmann, H.	Jena
Lehmann, O.	Karlsruhe
Leitz, E.	Wetzlar
Leppin, O.	Berlin
Liesegang, J.	Düsseldorf
Liesegang, F. P.	Düsseldorf
Linck, G.	Jena
Löwe, C.	Jena
Madelung, F.	Göttingen
Marx, E.	Leipzig
Mebius, A. C.	Gothenburg
Menge, J.	Köln
Mettegang, H.	Schlebusch
Meurer, H.	Köln
Meyer, Edgar	Zürich
Meyer, G.	Köln
Meyer, Stefan	Wien
Meyer, Th.	Köln
Mies	Bonn
Mießner, H.	Bromberg
Minkowski, H.	Göttingen
Neesen, F.	Berlin
Noack, K.	Gießen
Nordmeyer, P.	Aachen
Oettingen, v., Arth.	Leipzig
Pallme-König, P.	Steinschönau (Böhmen)
Palme, H.	Haida (Böhmen)
Pfaundler	Graz
Pflüger, A. W.	Bonn
Planck, M.	Berlin
Pleßner, L.	Köln
Pockels, F.	Heidelberg
Poske, F.	Berlin-Friedenau
Preyer	Düsseldorf
Reich, M.	Göttingen
Reichel	Chemnitz
Remelé, A.	Eberswalde
Richter	Marburg
Richter, O. J.	Prag
Riedel	Braunschweig
Röckerath, M.	Köln
Rosenthal, J.	München
Rubens, H.	Berlin
Schall, A.	Breslau
Schaefer, Cl.	Breslau
Scheel, C.	Wilmersdorf
Schmidt, A.	Köln
Schmidt, Erich	Berlin
Schmidt, H. W.	Gießen
Schneider, A.	Hamburg
Schneider, H.	Hamburg
Schürmayer	Berlin
Searle	Cambridge
Seddig, M.	Frankfurt a. M.-Buchschlag
Seitz, W.	Aachen
Sellentin, R.	Elberfeld
Siedentopf, Henry	Jena
Sieg, E.	Köln
Simon, H. Th.	Göttingen
Sommerfeld, A.	München
Spies, J.	Barmen
Spies, P.	Posen
Stadler, H.	München
Stark, J.	Greifswald
Strache, H.	Wien
Strotmann, W.	Köln
Tanern, O. D.	Freiburg i. B.
Uller, Karl	Gießen
Valentiner, S.	Berlin
Vogel, O.	Düsseldorf
Voigt, W.	Göttingen
Voller, A.	Hamburg
Wallot, Jul.	Freiburg i. B.
Walz	Hameln a. d. W.
Weber, Leonh.	Kiel
Weber, R. H.	Rostock
Wehnelt, Arth.	Friedenau-Berlin
Wertheimer	München
Wettstein v. Westersheim	Wien
Wien, W.	Würzburg
Wiener, O.	Leipzig
Wießner, W.	Freiwaldau
Wurtzel, R.	Berlin
Zeeman	Leyden
Zickendraht, H.	Basel

VORTRÄGE UND DISKUSSIONEN VON DER 80. NATURFORSCHERVERSAMMLUNG ZU KÖLN.

Erich Marx (Leipzig), Einfluß der Röntgenstrahlen auf das Einsetzen der Glimmentladung.

Die Phasenexperimente, welche ich bei meiner Untersuchung über die Geschwindigkeit der Röntgenstrahlen anstellte, zeigten, daß bei richtiger Einstellung des verwendeten Apparats ein der schwingenden Elektrode gegenüberstehendes Elektrometer schwache positive Ausschläge anzeigte, wenn die Elektrode positiv angetroffen wurde, und starke negative Ausschläge, wenn sie negativ angetroffen wurde. Auf diese Weise ließ sich die Wellenlänge der Schwingung, welche die Einstellung des Apparats bedingte, durch alleinige Einwirkung der Röntgenstrahlen nachweisen. Die negativen Elektrometerausschläge hatten hierbei solche Größe, daß sie nur durch Einsetzen einer selb-

ständigen Feldentladung erklärt werden konnten, während die Größenordnung der positiven Ausschläge derjenigen entsprach, die nach den Ionisationseffekten die durch Röntgenstrahlen eingeleitet werden, zu erwarten war.

Die theoretische Erklärung für dieses einseitige polare Verhalten der Feldentladung und das Verhalten des Nullapparats überhaupt habe ich seinerzeit zu geben versucht[1]).

Im Anschluß an meine damalige Publikation wurde ich von Herrn W. Wien gütigst brieflich darauf aufmerksam gemacht, daß eine unabhängige, experimentelle Stütze für die in Diskussion gezogene, polare auslösende Wirkung der Röntgenstrahlen gar nicht vorliege, und daß es deshalb für diese Sache von großer Wichtigkeit sei, unter möglichst durchsichtigen Versuchsbedingungen diese Eigenschaft der Röntgenstrahlen zur Demonstration zu bringen. Ein Resultat der hierauf von mir unternommenen Untersuchung[2]) will ich Ihnen heute vorführen. Ich darf bemerken, daß es sich zeigte, daß meine Behauptungen über die Wirkungsweise der Röntgenstrahlen prinzipiell durchaus richtig, aber in ihren Konsequenzen noch nicht weitgehend genug gewesen sind. Ich werde Ihnen nämlich zeigen, daß, wenn eine *Pt*-Elektrode in negativem Zustande durch ein geerdetes *Al*-Fenster von Röntgenstrahlen getroffen wird, die Entladung, wie seinerzeit behauptet, beträchtlich erleichtert wird, daß sie aber nicht nur nicht erleichtert wird, wenn sie positiv angetroffen wird, sondern sogar in diesem Falle beträchtlich erschwert wird, so daß dann die Entladung bei positiv angetroffener Elektrode erst einsetzt, wenn die Röntgenstrahlen ausgeschaltet sind. Dieses Verhalten muß auf den ersten Blick paradox erscheinen; man sollte vielmehr erwarten, daß im Falle des positiven *Pt* die Entladung am *Al*-Fenster, das ja dann Kathode ist, ausgelöst wird. Das Schema des Apparats ist aus der Figur ersichtlich. Das *Al*-Fenster bleibt

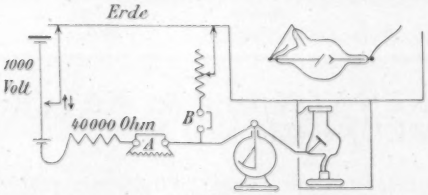


Fig. 1.

geerdet; die bestrahlte Elektrode wechselt während der beiden Experimente, die ich zeigen will, ihr Vorzeichen.

[Es werden −700 Volt angelegt, ohne daß eine Entladung eintritt, und gezeigt, daß bei Zulassung der Röntgenstrahlen bei −500 Volt bereits Auslösung erfolgt. Andrerseits wird gezeigt, daß ohne Röntgenstrahlen +450; mit Röntgenstrahlen +500 Volt angelegt werden können, ohne daß Entladung eintritt. Beim Abblenden setzt die Entladung ein.]

Die Erklärung dieses Experiments[1]) liegt ganz in Richtung der früher angegebenen Theorie des Nullapparats, geht nur noch in gleicher Richtung etwas tiefer als früher. Der Kürze halber enthalte ich mich, hier näher auf diese theoretische Seite einzugehen. Hier kommt es mir wesentlich auf die Feststellung der Tatsache an, daß wenn eine *Pt*-Elektrode in positivem Zustande von Röntgenstrahlen angetroffen wird, eine nicht schon vorher vorhandene Entladung nicht nur nicht einsetzen kann, sondern gerade im Gegenteil erschwert wird, daß aber das Umgekehrte der Fall ist, wenn die Elektrode negativ angetroffen wird; daß sie dann um etwa 40 Proz. erleichtert wird.

1) Verh. d. Dtsch. Phys. Ges. **10**, 138, 1908.
2) Vgl. Ber. d. Kgl. Sächs. Ges. d. Wiss. **60**, 248—266, 1908.

1) Vgl. Ber. d. Kgl. Sächs. Ges. d. Wiss., l. c.

(Eingegangen 29. September 1908.)

Diskussion.

Franck: Herr Marx hat heute gezeigt, daß, wenn man durch Röntgenstrahlen eine Glimmentladung auslöst, die durch Gleichstrom betrieben wird, ein unipolarer Effekt eintritt, und zwar derart, daß eine Auslösung der Entladung erfolgt, wenn die Elektrode negativ getroffen wird, und eine Hinderung, wenn sie positiv getroffen wird. Darauf hat Herr Marx eine Extrapolation auf Glimmentladungen bei schnellen Schwingungen angestellt. Das ist nur zulässig, wenn der Zustand, der durch die Röntgenstrahlen an der Elektrode geschaffen wird, nicht träge ist. Denn eine träge Einwirkung würde bei Schwingungen unabhängig davon, ob die Ankunftszeit der Röntgenstrahlen mit der Plusphase oder der Minusphase der bestrahlten Platte zusammenfällt, beiden Phasen in gleicher Weise zugute kommen, da ja bei Schwingungen das Potential sehr oft wechselt, in einer Zeit, in der ein träger Zustand unverändert fortbesteht. Aus den angeführten Versuchen folgt nun mit Gewißheit oder scheint mir zu folgen, daß wirklich eine Trägheit vorliegt. Ich spreche jetzt nur von den hier vorgeführten Gleichstromversuchen. Aus ihnen ersieht man die Trägheit der Röntgenstrahleinwirkung dank folgender Überlegung. Die Versuche sind mit einem gewöhnlichen Röntgenrohr gemacht. Es wird mit einem Induktor von, sagen wir 100 Unterbrechungen in der Sekunde, betrieben. Ein so gespeistes Röntgenrohr stellt

natürlich keine konstante Strahlenquelle dar. Sondern stellt man die Strahlungsintensität des Rohrs mit der Zeit graphisch dar, so erhält man folgende Kurve:

Fig. 2.

Wir haben also lange strahlenlose Epochen (etwa $^1/_{100}$ Sekunde) und dann plötzlich eine intensive Strahlung, etwa $^1/_{10000}$ Sekunde lang. Trifft eine solche intermittierende Strahlung die negative Platte, so wird, wie wir sahen, die Entladung ausgelöst und bleibt auch während der strahlenlosen Epochen bestehen. Aus diesem Faktum kann man nicht schließen, ob der Zustand, welcher auslöst, träge oder nicht träge ist, denn man kann sagen, daß die einmal ausgelöste Entladung sich etwa durch die freien Ionen eine Zeitlang auch ohne die erleichternde Einwirkung der Röntgenstrahlen zu erhalten vermag. Aber an der positiven Platte haben wir gesehen, daß die Glimmentladung, wenn die Platte von der intermittierenden Strahlung getroffen wird, gehindert wird, selbst wenn man das Potential über das Anfangspotential der Entladung steigert. Das heißt, daß die Wirkung die ganze Zeit andauert, auch während der strahlenlosen Epoche, also ist der Zustand hier ein träger. Denn wir haben ja eine konstante Verhinderung der positiven Entladung unter der stark inkonstanten Einwirkung der Strahlen. Machen wir nun die Anwendung auf Versuche mit schnellen Schwingungen. Ich nehme dazu an, wir hätten ein Röntgenrohr, das imstande ist, im Takte Hertzscher Schwingungen Röntgenstrahlen auszusenden.

Fällt die Ankunftszeit der Strahlen mit der negativen Phase zusammen, so gibt es eine Entladung. Fällt die Ankunftszeit der Strahlen mit der positiven Phase zusammen, so heißt das nur, daß die Röntgenstrahlen ungefähr $^1/_{5000000}$ Sekunde vor der negativen Phase eintreffen; der durch die Röntgenstrahlen geschaffene Zustand vermag aber, wie wir sahen, mindestens $^1/_{100}$ Sekunde anzudauern, folglich findet die negative Phase diesen Zustand noch vor, die Entladung setzt also ebenfalls ein. Es folgt also der umgekehrte Schluß als der, den Herr Marx gezogen hat. Herr Marx hätte sich davon überzeugen müssen, daß eine solche Trägheit nicht vorliegt, ehe er die Extrapolation auf schnelle Schwingungen machte.

Marx: Das Grundprinzip ist gerade das, daß das Eintreffen der Röntgenstrahlen nur während einer Phase eintritt. Wenn aber bei positiver Phase Erschwerung der Entladung eintritt, so ist das ein großer Vorteil. Ich kann dann nämlich ein viel höheres Potential anlegen, ohne daß die Entladung einsetzt. Die Röntgenröhre ist ja so eingerichtet, daß nur eine Phase, entweder die positive oder die negative, angetroffen werden kann. Das ist ja das Grundprinzip des Ganzen. Nun komme ich zu der Trägheit des geschaffenen Zustandes: Wenn das negative Polarisationsgebiet der Plusphase, das hier die Erschwerung der Entladung bedingt, zeitlich die positiv angetroffene Phase überdauert und bis zur unbestrahlten negativen Phase hin als Trägheitserscheinung bestehen bleibt, so kann dann in negativer Phase die Entladung a fortiori deshalb nicht übergehen, weil das restierende negative Polarisationsgebiet ja in diesem Falle notwendig den Potentialfall der Kathode verringern muß. Also ist das Einsetzen der Entladung auch in negativer Phase erschwert. Die Trägheit ist also hier gerade günstig. Hätte ich das übersehen, so wäre ja das Ganze ein großer Unsinn.

Franck: Ich glaube, Herr Marx hat mich nicht verstanden. Ich billige ihm hier zu, daß hier nur entweder die positive oder negative Phase getroffen wird, obwohl ich nicht glaube, daß es ein solches Röntgenrohr gibt. Ich habe aber dann den Schluß gezogen, daß die Einwirkung auf die Elektrode eine träge ist, und wenn wir mit Herrn Marx annehmen, daß es ein Röntgenrohr gäbe, welches nur die positive Phase antrifft, so dauert die Wirkung nach, bis die negative Phase kommt, denn diese kommt $^1/_{5000000}$ Sekunde später, und aus den Versuchen geht hervor, daß die Wirkung $^1/_{100}$ Sekunde andauern kann.

Marx: Wenn die positive Elektrode getroffen wird, findet keine Entladung statt, sondern sogar Erschwerung der Entladung bei Bestrahlung.

Franck: Nur während der Dauer der positiven Phase.

Marx: Ja; also, während das Bleiblech aufgelegt ist, findet keine Entladung statt, auch nicht bei negativer Phase. Es findet also sicher überhaupt keine Entladung statt, wenn die Elektrode allein positiv, nicht negativ angetroffen wird; das geben Sie zu?

Franck: Nein!

Marx: Das ist schlimm, das müssen Sie zugeben.

Vors. Planck: Die Gegensätze sind so unversöhnlich, daß wir wohl die Hoffnung aufgeben müssen, daß Sie in dieser Diskussion zu einer übereinstimmenden Meinung kommen. Es soll also die Diskussion so stattfinden, daß die beiden Herren erst zum Schlusse wieder zu Wort kommen.

Klingelfuß (Basel): Nach meinen Beobachtungen verlaufen die Röntgenstrahlen innerhalb der Periode der Unterbrechungen nicht so kurz (plötzlich); dauern sie (die einzelnen Schwingungen) etwa $^1/_{10000}$ Sekunde, während die Unterbrechungszahl hundert in der Minute ist, so kann die Kurve, wenn auch in abnehmender Stärke (Amplitude) sich wiederholen. (Das hängt mit den Eigenschwingungen des Induktoriums zusammen. — Vgl. Fortschritte auf dem Gebiete der Röntgenstrahlen, Bd. XII, S. 275, 1908.)

Bestelmeyer (Göttingen): Es liegen photographische Messungen von Angerer vor über die Dauer der Röntgenstrahlen, und daraus ergibt sich, daß die Emissionsdauer ganz kurz ist. Periodische Entladungen kommen wohl vor, aber nur sehr wenige, eine oder zwei nacheinander, und die gesamte Emissionsdauer bei einer Unterbrechung ist immer nur von der Größenordnung von einigen Zehntausendstel Sekunden.

Wiener: Die Herren Franck und Pohl haben sich ein Verdienst erworben, daß sie versuchten, die Versuche von Marx zur Bestimmung der Röntgenstrahlengeschwindigkeit zu wiederholen. Sie haben das Problem von einer anderen Seite in Angriff genommen und sind auf Schwierigkeiten gestoßen; sie haben Fehlerquellen gefunden, und ich habe den Eindruck, daß sie sich für die Fehlerquellen so interessierten, daß sie schließlich darüber die Methode verloren haben. Man kann schließlich auch Widerstandsmessungen mit der Wheatstoneschen Brücke durch angehängte Kapazitäten und selbst einfache Längenmessungen durch genügend große Parallaxefehler illusorisch machen. Unter solchen Umständen glaube ich, würde es doch gut sein, wenn von einer dritten Seite die Versuche noch einmal vorgenommen würden, und zwar unter Einhaltung aller Vorsichtsmaßregeln, die von Marx angegeben sind.

Wien: Zu einer endgültigen Kritik dieser Versuche können wir erst gelangen, wenn wir einen genauen Einblick in die Vorgänge haben. Diese Vorgänge sind doch sehr kompliziert. Es handelt sich um die Wirkung der Röntgenstrahlen auf das Gas, dann um ihre Wirkung auf die Elektrode, wobei Sekundärstrahlen auftreten, die dann auch wieder auf das Gas wirken. Diese Menge von Vorgängen läßt sich nicht so ohne weiteres übersehen. Zum Teil mögen sie unipolar sein, zum Teil auch nicht. Solange wir die Vorgänge nicht ganz übersehen können, werden wir wohl sagen müssen: „Non liquet".

Wiener: Es ist keine Frage, daß es sehr erwünscht ist, die Einzelheiten der Vorgänge zu kennen. In der Physik gibt es aber doch eine Unmenge von Dingen, die wir noch nicht wissen, und wollte man immer so lange warten, bis man alle Einzelheiten weiß, so würden wir nur schlecht vorankommen. Es gibt jedenfalls Meßmethoden, die man benutzen kann, ohne in jedes Detail einzudringen. Man kann z. B. mit Detektoren Messungen elektrischer Wellen anstellen, ohne daß die vollständige Theorie des Detektors vorzuliegen braucht. Prinzipiell kann ich nicht zugeben, daß wir einen Schluß nur ziehen dürfen, wenn wir alle Einzelheiten kennen.

Wehnelt: Sind Rohr und Zuleitungen auch völlig gegen die vom Röntgenrohr ausgehenden elektrischen Schwingungen geschützt? Ich erinnere an Versuche, die bei Herrn Richarz angestellt wurden und ergeben hatten, daß unter geeigneten Bedingungen elektrische Schwingungen Entladungen unterdrücken und auch auslösen können. Sollten ähnliche Erscheinungen nicht auch hier wirken?

Bermbach: Die eine Elektrode ist Platin, die andere Aluminium, also ist einmal Platin, das andere Mal Aluminium Anode. Es fragt sich doch, ob dieser Unterschied nicht eine Rolle spielt.

Franck: Aus den Versuchen, die heute gemacht sind, meine ich, muß man schließen, daß träge Erscheinungen vorliegen, und mit solchen kann man nicht arbeiten, wenn man mit äußerst schnellen Schwingungen zu tun hat. Jedenfalls müßte nachgewiesen werden, daß keine Trägheit vorliegt. Herr Professor Wiener wirft uns vor, wir hätten nicht sorgfältig genug gearbeitet oder wir hätten gar Fehler kultiviert. Das ist aber keineswegs der Fall.

Es ist ja ganz sicher, daß man z. B. in der Wheatstoneschen Brücke auf Stromlosigkeit prüfen kann und es ganz gleich ist, welche Funktion dem Galvanometer da zukommt; man weiß, was man da mißt, Kapazitäten oder Widerstände, aber hier weiß man eben nicht, ob man Röntgenstrahlengeschwindigkeiten mißt oder Potentialveränderungen. Man darf also nicht sagen, wir haben den Nullapparat und es ist ganz gleich, wie die Theorie liegt. Ich würde vorschlagen, daß, wenn ein Dritter die Methode prüft, darauf geachtet wird, ob die Erscheinungen auftreten, wenn gar keine Potentialänderungen auftreten können. Es wäre außerdem vielleicht gut, daß man die Brücke so wählt, daß durch das überstehende Ende nicht Resonanzen auftreten können, sondern so, daß nur die Phase der Welle verschoben wird. Daß bei einer solchen Brücke, wie sie Herr Marx benutzte, Potentialveränderungen auftreten, hat

früher einmal Rubens bewiesen. Aber das ist nur ein Punkt von vielen, jedenfalls muß man, wenn man der Methode von Marx Beweiskraft zuerteilen will, sich überzeugen, daß Potentialänderungen nicht auftreten können beim Verschieben von Rohr und Brücke.

Marx: Verschiedene Herren haben aufmerksam gemacht auf Schwingungen, die ihrerseits im Röntgenrohr auftreten können. Wenn ich aber eine Röhre mit Hertzschen Schwingungen betreibe, so ist es sehr unwahrscheinlich, daß darüber noch andere, kürzere auftreten, die nicht der Hertzschen Welle zugehören. Es gibt darüber auch entscheidende Experimente, die ich ausgeführt habe, und die beweisen, daß das nicht der Fall ist. Eines dieser Experimente ist z. B. der Nachweis der Wellenlänge des Systems allein durch die Röntgenstrahlen. Herr Wien meint, die Vorgänge im Nullapparat müssten so aufgeklärt werden, daß man die Erscheinungen an den Elektroden und im Gase getrennt diskutiere. Ich habe versucht, die Vorgänge gerade in dieser Weise zu klären; es ist mir keine Beobachtung an meinem Apparate bekannt, die nicht durch die Theorie gedeckt wäre, und alle Folgerungen, die ich zog, haben sich bestätigt, bevor man die einzelnen Erscheinungen kannte. Niemals hätte man erwarten können, daß vom *Al*-Fenster, wenn es Kathode ist, keine Entladung ausgelöst werden kann. Aus den Versuchen sagte ich aber voraus, daß am Aluminiumfenster sehr wenig Deltastrahlen frei werden könnten. Daß es so ist, hat inzwischen Willy Wien nachgewiesen. Ich hatte das bereits seinerzeit geschlossen und es nicht in der ersten Veröffentlichung mit aufgenommen, weil gerade diese Erscheinung damals noch wenig geklärt war.

Auf die Erklärung der eben vorgeführten Experimente habe ich aus Zeitmangel hier an dieser Stelle verzichtet, sie liegt aber auch wieder ganz in Richtung der Theorie des Nullapparates, die ich in den Verh. d. D. Phys. Ges. entwickelt habe. Herr Wehnelt meint, vielleicht wirkten elektrische Schwingungen hier um die Ecke und bewirkten die Erschwerung. Dann ist nicht einzusehen, wieso das Wegziehen eines Bleibleches über einem Aluminiumblech allein so enorme Wirkungen hervorrufen soll. Wenn ich aber das Ganze völlig einbaue, also nicht nur die Röhre, wie hier, in einen allseitig geschlossenen Kasten setze, und nicht nur durch den großen Blechschirm abschirme, sondern alles völlig unsichtbar metallisch einbaue, bleiben die Versuche genau so bestehen. Entscheidend ist eben erst das: Man muß vollkommene Ruhe haben, wenn das Bleiblech darauf liegt. Die Erscheinung tritt erst ein, wenn man es wegzieht. Hierdurch wird nichts am elektrostatischen Schutz geändert. Herr Bermbach macht auf den Unterschied der Elektroden für die Erklärung aufmerksam, aber das ist es nicht allein, es geht auch bei einer Aluminiumelektrode. Ich kann leider auf die Erklärung jetzt nicht eingehen. Sie ist ausführlich an anderem Orte gegeben.

Ich muß jetzt noch einmal auf den Einwand von Franck zurückkommen. Herr Franck sagt, er gebe zu, daß, wenn die Elektrode positiv getroffen wird, keine Entladung einträte, da aber Trägheit da sei, so komme diese in der negativen Phase auslösend zur Geltung. Diese Folgerung ist ganz unrichtig, gerade das Gegenteil findet statt; die Trägheit wirkt hier so, daß sie den Auslösungseffekt a fortiori polar macht. Ich muß, um dies klar auseinanderzusetzen, mich nun doch etwas über die Natur des demonstrierten Effektes verbreiten: Angenommen, die Elektrode wird positiv getroffen, so tritt, wie Sie gesehen haben, Erschwerung ein. Diese Erschwerung ist dadurch hervorgerufen, daß eine negative Volumladung an der positiven Elektrode sich durch die Bestrahlung bildet, indem sich die freiwerdenden elektrostatisch retardierten Elektronen an die Moleküle anlagern. Dieses so eintretende negative Polarisationsgebiet hat als notwendige Folge einen Anstieg des Anodenfalles, also, da die Klemmenspannung konstant ist, ein Sinken des Kathodenfalles, also ein Erschweren des Einsetzens der Glimmentladung. Worin besteht nun die Trägheit? Lediglich in einem zeitlichen Bestehenbleiben des durch die Röntgenstrahlen geschaffenen Zustandes. Es bleibt also das negative Polarisationsgebiet, das sich während der positiven Phase an der Elektrode bildet, auch während der negativen Phase bestehen. Ein negatives Gebiet an der negativen Elektrode kann aber nie den Kathodenfall bis zur selbständigen Entladung steigern. Das könnte ja nur ein positives Polarisationsgebiet. Vielmehr muß das Umgekehrte der Fall sein: Das negative, restierende Gebiet muß das Gefälle an der Kathode, das bereits vorher nicht zur Entladung ausreichte, nunmehr notwendig so schwächen, daß a fortiori keine Entladung übergehen kann. — Ich glaube, daß wenn ich vorhin breiter auf die Erklärung der Erscheinung, die sich ja, wie ich denke, ganz notwendig so ergibt, eingegangen wäre, auch Herr Franck eingesehen hätte, daß es richtig ist, daß die Polarisationsgebiete, die unter den schnellen Schwingungen Trägheit aufweisen, gerade der Polarität des Auslösungseffektes bei schnellen Schwingungen Vorschub leisten: Ein restierendes negatives Polarisationsgebiet ebbt den Kathodenfall und ging ohne dieses Gebiet keine selbständige Entladung über, dann geht sie mit ihm erst recht nicht über.

Also, m. H., wenn die positive Phase angetroffen wird, geht die Entladung weder in

dieser noch in der folgenden unbestrahlten Phase über. Wird aber die negative Phase getroffen, dann geht sie über, und es ist gleichgültig ob sie dann bestehen bleibt oder nicht. Denn der Übergang der Entladung ist lediglich Indikator für das Antreffen.

Nun zu den Versuchen der Herren: Wenn man eine Röntgenröhre hat, die nicht ganz sauber ist, die zerstäubt ist oder andere Fehler in hinreichender Größe macht, so gehen natürlich in beiden Phasen Strahlen aus. Dann wird man nie durch die Röntgenstrahlen allein die Hertzsche Welle nachweisen können, speziell aber nie finden, daß bei Verschiebung der Röhre sich ceteris paribus die drei Nullpunkte auf dem Brückendraht um drei gleiche Strecken verschieben. Hierin liegt ein experimenteller Beweis dafür, daß wir die Röntgenstrahlengeschwindigkeit messen, also haben wir einen Nullapparat für diese Messung. Das schlimmste ist, daß die Herren sagen, sie hätten dieselbe Erscheinung wie ich, und sie erklären sie nur anders. Das ist einfach nicht der Fall! Z. B. diese eben erwähnte, dreifache Nullpunktsverschiebung ist unmöglich mit Hilfe der Anordnung zu finden, welche die Herren bei ihren Versuchen hatten. Es ist nicht schwer einzusehen, worin der Unterschied der Anordnungen liegt. Die Herren haben gefunden, daß, wenn sie eine leuchtende Entladung haben, die von Tesla-Entladungen herrührt, dann eine Zone, wie Himstedt schon gezeigt hat, entsteht, bei der das Elektrometer um die Nullzone pendelt. Von dieser Zone zeigen sie, daß sie eine Schwankung der Elektrometernadel ausführt, wie sie bei meinen Versuchen bei „Nullstellung" des Elektrometers eintritt. Dergleichen tritt aber bei jedem beweglichen Gleichgewicht und nicht ganz stabilen Versuchsbedingungen ein, und man darf nicht daraus, daß es bei dem Himstedteffekt auch eintritt, schließen, daß die Null in meinem Apparat durch den Himstedteffekt der Tesla-Entladung bedingt ist. Meine Versuche beruhen auf einer ganz anderen Erscheinung, und trotzdem zeigen beide Erscheinungen zum Teil ähnliche Abhängigkeiten, nicht nur in bezug auf den Nullpunkt, sondern auch in bezug auf Druck und Potential, was ja notwendig sein muß, da alle Gasentladungserscheinungen, die hier in Betracht kommen, also Ionenbeweglichkeitserscheinungen, Minimumpotential usw. in analoger Weise vom Druck und Potential abhängen. Das Kriterium, daß man dieser Täuschung, auf deren Möglichkeit Pohl und Franck aufmerksam gemacht haben, nicht anheimfällt, liegt in dem Nachweis der Hertzschen Welle, unter Innehaltung der „Bleikriterien", und in dem Nachweis der äquidistantem Verschiebung der Nullpunkte der Hertzschen Welle bei Röhrenverschiebung. Die Größe der Verschiebung mag sein, welche sie will. Bei einer Verschiebung erfolgt äquidistante Verschiebung von drei Nullpunkten auf dem Brückendraht. Auch ohne diese Verschiebung der Röhre ist sofort zu sehen, ob eine Täuschung durch den Himstedt-Effekt vorliegt: Es darf bei positiven Ausschlägen nie eine Entladung da sein, sondern man hat stets ganz schwache positive Ausschläge, die nur mit einem Dolezalek-Elektrometer äußerster Empfindlichkeit wahrnehmbar sind. Bei den Herren aber muß in beiden Ausschlägen leuchtende Entladung da sein, also stets mächtiger Elektrometerausschlag, wenn bei ihnen der Himstedt-Effekt wie sie behaupten, die Erscheinung bedingt. — Erwähnen muß ich noch den Hinweis auf die Experimente von Rubens über störende Reflexionen an den Drahtenden.[1]) Ich arbeite hier mit einer ganz schwachen Schwingung, die längs eines Drahtes fortschreitet und über einen Kondensator zur Erde fließt. Sie ist nicht nur durch Wollaston-Draht gedämpft, sondern auch durch die Anordnung von so geringer Intensität, daß die Verhältnisse gar nicht mit denen zu vergleichen sind, die man hat, wenn man wie Rubens längs Doppeldrähten mit intensiven Hertzschen Wellen arbeitet, die am Ende der Drahtleitung nicht zur Erde abfließen. Ob aber Reflexionen eintreten, sieht man ja an dem Resultat der Messungen; denn dann könnte man nie die äquidistante Nullpunktsverschiebung unabhängig von der Verschiebung erhalten. Das ist keine Petitio principii, denn über die Größe der Verschiebung im Verhältnis zur Röntgenröhre, also über das Ergebnis der Messung, ist hiermit nichts gesagt. Wie groß dieses Verhältnis auch ist, es könnte die Nullpunktsverschiebung sich niemals als konstant erweisen, wenn die Wellen durch Reflexionen merklich gestört worden wären.

1) Die in Diskussion gezogenen Experimente sind in der Literatur nicht zu finden. Dagegen hat Drude bewiesen, daß mit einem Luftresonator aus parallelen Drähten sich Wellenlängen messen lassen mit einer Einstellungsgenauigkeit von 1 mm, ohne daß die überstehenden Drahtenden die geringste Störung bedingen.

A. Korn (München), Über die Lösung der Grundprobleme der Elastizitätstheorie.

Das Thema, über welches ich hier kurz vortragen will, ist ein Grenzgebiet der Mathematik und Physik, das der Physiker mit gleichem Interesse behandeln sollte, wie die Differentialgleichungen der mathematischen Physik im allgemeinen. In der Tat weist uns die Geschichte dieses theoretischen Gebietes immer von neuem darauf hin, daß hier vor allem physikalische Interpretationen zu grundlegenden Fortschritten geführt haben, die dann auch in der reinen Mathematik neue, wichtige Entdeckungen nach sich zogen.

In der theoretischen Behandlung der Gleichungen der mathematischen Physik haben zurzeit zwei verschiedene Methoden die Herrschaft, von denen wir die eine als die Methode der sukzessiven Annäherungen, die andere als die Determinantenmethode bezeichnen können, welche der Fredholm-Hilbertschen Theorie der linearen Integralgleichungen zugrunde liegt. Etwas verfrüht haben die Jünger der letzteren Schule die größere Allgemeinheit für sich in Anspruch genommen und die Resultate der ersten, historisch vorangehenden Methode als Spezialfälle ihrer eigenen bezeichnet; mit Unrecht, denn man kann wohl umgekehrt eine Theorie der linearen Integralgleichungen mit allen Resultaten von Fredholm, Hilbert u. a. durch die Methode der sukzessiven Näherungen gewinnen, aber nicht alle Resultate, die schon in der mathematischen Physik durch die Methode der sukzessiven Annäherungen gewonnen wurden, auf Folgerungen aus der Theorie der linearen Integralgleichungen zurückführen. Es kommt hinzu, daß die Lösungen der Probleme, die sich auf beide Arten behandeln lassen, schon meist vorher durch die Methode der sukzessiven Annäherungen gewonnen waren und die neuen Methoden hieraus ihren Nutzen ziehen konnten. So war es bei den Randwertaufgaben der Potentialtheorie, und so ist es auch jetzt bei den Fundamentalproblemen der Elastizitätstheorie, deren Lösung durch die Methode der sukzessiven Annäherungen ich hier in großen Zügen andeuten will.

Um von vornherein eine Charakteristik der beiden Methoden zu geben, betrachtet man am besten das fundamentale Schwingungsproblem, eine in einem Raume mit ihren ersten Ableitungen eindeutige und stetige Funktion $\varphi(xyz)$ so zu finden, daß:

$$(1)\quad \begin{cases} \Delta\varphi + \lambda\varphi = f, & \text{in } \tau, \\ \varphi = 0, & \text{an der Oberfläche } \omega, \end{cases}$$

wo f eine gegebene, in τ in gewisser Weise stetige Funktion der Stelle, λ eine gegebene Zahl ist. Die Methode der sukzessiven Annäherungen (Schwarz, Picard, Poincaré u. a.) verfährt folgendermaßen: Man bildet sukzessive die Lösungen der Probleme:

$$(2a)\quad \begin{cases} \Delta\varphi_0 = f, & \text{in } \tau \\ \varphi_0 = 0, & \text{an } \omega; \end{cases}$$

$$(2b)\quad \begin{cases} \Delta\varphi_j = -\varphi_{j-1}, & \text{in } \tau, \\ \varphi_j = 0, & \text{an } \omega, \end{cases} \quad j = 1,2\ldots,$$

oder was dasselbe ist, die Funktionen:

$$(3)\quad \begin{cases} \varphi_0(xyz) = -\dfrac{1}{4\pi}\displaystyle\int_\tau f(\xi\eta\zeta)\, G(\xi\eta\zeta;\, xyz)\, d\xi\, d\eta\, d\zeta, \\ \varphi_j(xyz) = \dfrac{1}{4\pi}\displaystyle\int_\tau \varphi_{j-1}(\xi\eta\zeta)\, G(\xi\eta\zeta;\, xyz)\, d\xi\, d\eta\, d\zeta, \quad j = 1,2\ldots, \end{cases}$$

wo G die sog. Greensche Funktion eines Punktes (xyz) von τ in bezug auf einen Punkt $(\xi\eta\zeta)$ darstellt. Wenn die Reihe:

$$(4)\qquad \varphi = \varphi_0 + \lambda\varphi_1 + \lambda^2\varphi_2 + \ldots$$

und ihre ersten Ableitungen konvergent sind und in τ eindeutige und stetige Funktionen darstellen, werden wir die Lösung des Problems (1) gefunden haben. Nun zeigt die Analyse, daß dies der Fall ist, solange

$$|\lambda| < \lambda_0$$

wo λ_0 eine bestimmte, von Null verschiedene, positive Zahl ist; für

$$\lambda = \lambda_0$$

gibt es keine Lösung von (1), dagegen existiert eine Funktion Φ_0, welche der Eigenschwingungsaufgabe:

$$(5)\quad \begin{cases} \Delta\Phi_0 + \lambda_0\Phi_0 = 0, & \text{in } \tau, \\ \Phi_0 = 0, & \text{an } \omega, \end{cases}$$

entspricht. Setzen wir nun:

$$(6)\quad \varphi = \frac{c_0}{\lambda - \lambda_0}\Phi_0 + \psi, \quad (c_0 \text{ eine Konstante}),$$

so ergibt sich für die unbekannte Funktion ψ die Aufgabe:

$$(7)\quad \begin{cases} \Delta\psi + \lambda\psi = f - c_0\Phi_0, & \text{in } \tau, \\ \psi = 0, & \text{an } \omega, \end{cases}$$

und wenn man wieder mit Hilfe der Methode der sukzessiven Näherungen vorgeht, erkennt man, daß die betreffenden Reihen jetzt auch für

$$\lim \lambda = \lambda_0$$

konvergent bleiben, wenn man für c_0 eine geeignete Konstante einsetzt, die leicht anzugeben ist; die betreffenden Reihen bleiben konvergent, solange

$$|\lambda| < \lambda_1,$$

wo wieder λ_1 eine ganz bestimmte positive Zahl ($> \lambda_0$) darstellt. Für

$$\lambda = \lambda_1$$

gibt es wieder keine Lösung von (1), dagegen existiert wieder eine Funktion Φ_1, die der Eigenschwingungsaufgabe:

$$(8)\quad \begin{cases} \Delta\Phi_1 + \lambda_1\Phi_1 = 0, & \text{in } \tau, \\ \Phi_1 = 0, & \text{an } \omega, \end{cases}$$

entspricht. In dieser Weise fortgehend erkennt man, daß man durch die Methode der sukzessiven Näherungen das Problem (1) stets lösen kann, falls nicht λ einer bestimmten Reihe positiver Zahlen

$$\lambda_0 < \lambda_1 < \lambda_2 <$$

angehört; für

$$\lambda = \lambda_j$$

existieren Funktionen Φ_j, die den Eigenschwingungsaufgaben

$$(9)\quad \begin{cases} \Delta\Phi_j + \lambda_j\Phi_j = 0, & \text{in } \tau, \\ \Phi_j = 0, & \text{an } \omega, \end{cases} \quad j = 0,1,2\ldots$$

entsprechen, und man kann bei Voraussetzung gewisser Stetigkeitseigenschaften von f die Reihenentwicklungen

$$(10)\quad \begin{cases} f = c_0\Phi_0 + c_1\Phi_1 + \ldots, \\ \varphi = \dfrac{c_0}{\lambda - \lambda_0}\Phi_0 + \dfrac{c_1}{\lambda - \lambda_1}\Phi_1 + \ldots \end{cases}$$

beweisen. Die Methode, welche der Fredholm-Hilbertschen Theorie zugrunde liegt, führt das Problem (1) auf eine lineare Integralgleichung

$$(11)\quad \left\{\begin{array}{l} \varphi(xyz) - \dfrac{1}{4\pi}\int_\tau^{\tau} \varphi(\xi\eta\zeta)\, G(\xi\eta\zeta; xyz)\, d\xi\, d\eta\, d\zeta \\ \qquad\qquad \overbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad}^{\varphi_0} \\ = -\dfrac{1}{4\pi}\int_\tau f(\xi\eta\zeta)\, G(\xi\eta\zeta;\ xyz)\, d\xi\, d\eta\, d\zeta \end{array}\right.$$

zurück; in der Fredholm-Hilbertschen Theorie werden ganz allgemein die obigen Resultate für die Lösbarkeit des Problems, Existenz der „Eigenwerte" λ_j und der „Eigenfunktionen" Φ_j, die Entwicklungen nach denselben bewiesen, wenn

$$G(\xi\eta\zeta; xyz)$$

eine ganz beliebige Funktion der 6 Argumente ist, die in bezug auf dieselben in dem Gebiet τ stetig ist oder wenigstens die Eigenschaft hat, daß

$$[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2]\, G(\xi\eta\zeta; xyz)$$

eine stetige Funktion dieser Argumente in dem Gebiete τ ist; das ist bei der Greenschen Funktion G z. B. der Fall.

In der Theorie des elastischen Gleichgewichts haben wir zwei fundamentale Randwertaufgaben, von denen die eine die folgende ist: Drei mit ihren ersten Ableitungen in τ eindeutige und stetige Funktionen $u\,v\,w$ zu bestimmen, welche den Bedingungen:

1. Randwertaufgabe des elastischen Gleichgewichts:

$$(12)\quad \left\{\begin{array}{l} \Delta u + k\,\dfrac{\partial}{\partial x}\overbrace{\left(\dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial y} + \dfrac{\partial w}{\partial z}\right)}^{\Theta} = F_1, \ldots \text{in } \tau, \\ u = f_1, \ldots \text{an } \omega \end{array}\right.$$

genügen, wo $F_1 F_2 F_3$ in τ gegebene, $f_1 f_2 f_3$ in der Oberfläche gegebene, gewisse Stetigkeitsbedingungen erfüllende Funktionen darstellen, k gleichfalls eine gegebene Zahl ist (Problem des elastischen Gleichgewichts bei gegebenen Verrückungen der Oberfläche).

Um dem Problem mit Hilfe der sukzessiven Annäherungen beizukommen, formt man das Problem am besten in folgender Weise[1]) um: Man sucht Lösungen $u'\,v'\,w'$ des Problems:

$$(13)\quad \left\{\begin{array}{l} \Delta u' = F_1, \ldots \text{in } \tau \\ u' = (1-\lambda) f_1 \\ \quad + \lambda\left(u' + \dfrac{1}{2\pi}\dfrac{\partial}{\partial x}\int_\tau \Theta' \dfrac{d\tau}{r}\right), \ldots \text{an } \omega \end{array}\right.$$

1) Zunächst, wenn $f_1 = f_2 = f_3 = 0$ ist, und darauf kann man auch den allgemeinen Fall zurückführen.

durch sukzessive Lösung der Probleme:

$$(14a)\quad \left\{\begin{array}{l} \Delta u_0' = F_1, \ldots \text{in } \tau, \\ u_0 = (1-\lambda) f_1, \ldots \text{an } \omega \end{array}\right.$$

$$(14b)\quad \left\{\begin{array}{l} \Delta u_j' = 0, \ldots \text{in } \tau, \\ u_j' = u_{j-1}' + \dfrac{1}{2\pi}\dfrac{\partial}{\partial x}\displaystyle\int_\tau \Theta_{j-1}' \frac{d\tau}{r}, \ldots \text{an } \omega, \end{array}\right. \qquad j = 1,2 \ldots$$

in den Reihen:

$$(15)\quad u' = u_0' + \lambda u_1' + \lambda^2 u_2' + \ldots,$$

wenn man die Konvergenz dieser Reihen und ihrer ersten Ableitungen beweisen kann; setzt man dann:

$$(16)\quad u = u' - \frac{\lambda}{1-\lambda}\,\frac{1}{2\pi}\,\frac{\partial}{\partial x}\int_\tau \Theta' \frac{d\tau}{r}, \ldots$$

$$(17)\quad k = -\frac{2\lambda}{1+\lambda},$$

dann sind $u\,v\,w$ die Lösungen der ersten Randwertaufgabe des elastischen Gleichgewichts. Man kann nun in der Tat die Konvergenz jener Reihen stets für

$$|\lambda| < 1$$

beweisen, so daß die Lösung der ersten Randwertaufgabe des elastischen Gleichgewichts für

$$-1 < k < +\infty$$

gewährleistet ist; außerdem folgt aber auch wieder die Existenz von Eigenfunktionen $u_j' v_j' w_j'$, welche den Gleichungen:

$$(18)\quad \left\{\begin{array}{l} \Delta u_j' = 0, \ldots \text{in } \tau, \\ u_j' = \lambda_j\left(u_j' + \dfrac{1}{2\pi}\dfrac{\partial}{\partial x}\displaystyle\int_\tau \Theta_j' \frac{d\tau}{r}\right), \ldots \text{an } \omega \end{array}\right.$$

genügen, Funktionentripel, die ich mit Rücksicht auf ihre Anwendbarkeit in der Theorie der biharmonischen Gleichung:

$$(19)\quad \Delta\Delta\varphi = 0$$

als biharmonische Funktionentripel bezeichnet habe und dementsprechend die Existenz von Eigenfunktionen $u_j v_j w_j$, welche den Gleichungen:

$$(20)\quad \left\{\begin{array}{l} \Delta u_j + k_j \dfrac{\partial \Theta_j}{\partial x} = 0, \ldots \text{in } \tau, \quad k_j < -1 \\ u_j = 0, \ldots \text{an } \omega, \end{array}\right.$$

genügen, ein bereits von E. und F. Cosserat vermutungsweise ausgesprochenes Resultat; ich bezeichne diese Tripel als Cosseratsche Funktionentripel der ersten Art. Bei gewissen Stetigkeitsvoraussetzungen über die Funktionen $F_1 F_2 F_3$ $f_1 f_2 f_3$ lassen sich Reihenentwicklungen der Lösungen der ersten Randwertaufgabe nach diesen Cosseratschen Funktionentripeln beweisen.

Durch Zurückführung auf lineare Integralgleichungen haben auch dieses Problem Fredholm und Lauricella zu lösen gesucht, ich

komme nun aber zu der zweiten Randwertaufgabe des elastischen Gleichgewichts, bei der die Versuche der Zurückführung auf lineare Integralgleichungen bisher erfolglos geblieben sind[1]), während mich die Methode der sukzessiven Annäherungen zu einer vollständigen Lösung geführt hat. Es handelt sich hier um das Problem des elastischen Gleichgewichts, wenn die Druckkomponenten an der Oberfläche gegeben sind:

2. Randwertaufgabe des elastischen Gleichgewichts:

$$(21)\quad \begin{cases} \Delta u + k\dfrac{\partial \Theta}{\partial x} = F_1, \ldots \text{in } \tau \\ \dfrac{\partial u^{2})}{\partial \nu} = \dfrac{1-k}{2}\,\Theta\cos(\nu x) - \dfrac{1}{2}\{\mathfrak{w}\cos(\nu y) \\ \qquad - \mathfrak{v}\cos(\nu z)\} + f_1, \ldots \text{an } \omega, \end{cases}$$

unter Benützung der Abkürzungen:

$$(22)\qquad \Theta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z},$$

$$(23)\qquad u = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}, \ldots$$

Hier tritt der eigentümliche Fall ein, daß der Wert

$$k = 0$$

eine Häufungsstelle für die singulären Werte von k ist; um mit Hilfe der Methode der sukzessiven Näherungen zum Ziel zu kommen, war es daher nötig, zunächst für eine nicht singuläre Stelle von k das Problem zu lösen, und das ist für den Wert

$$k = 1$$

gelungen. Es läßt sich stets das Randwertproblem lösen, 3 Potentialfunktionen $u'\,v'\,w'$ des Gebietes τ so zu bestimmen, daß

$$(24)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial u'}{\partial \nu} + \dfrac{1}{8\pi}\dfrac{\partial^2}{\partial x\,\partial \nu}\displaystyle\int_\tau \Theta'\,\frac{d\tau}{r} + \frac{1}{2}\{\mathfrak{w}'\cos(\nu y) \\ \qquad - \mathfrak{v}'\cos(\nu z)\} = \dfrac{f_1}{4}, \ldots \text{an } \omega \end{cases}$$

wenn $f_1 f_2 f_3$ gegebene, gewissen Stetigkeitsbedingungen genügende Funktionen der Stelle an der Oberfläche ω darstellen und dann sind:

$$(25)\qquad u = 4u' + \frac{1}{2\pi}\frac{\partial}{\partial x}\int_\tau \Theta'\,\frac{d\tau}{r}, \ldots$$

die Lösungen der Randwertaufgabe für $k = 1$[3]):

$$(26)\quad \begin{cases} \Delta u + \dfrac{\partial \Theta}{\partial x} = 0, \ldots \text{in } \tau, \\ \dfrac{\partial u}{\partial \nu} = -\dfrac{1}{2}\{\mathfrak{w}\cos(\nu y) - \mathfrak{v}\cos(\nu z)\} \\ \qquad + f_1, \ldots \text{an } \omega. \end{cases}$$

1) Die Versuche von Boggio in dieser Richtung sind nicht einwandfrei.

2) ν innere Normale von ω.

3) Zunächst, wenn $F_1 = F_2 = F_3 = 0$, und auf diesen Fall läßt sich stets der allgemeine Fall zurückführen.

Von diesem Problem, das ich als das präliminäre Problem bezeichnen möchte, kann man nun in der Tat mit Hilfe der Methode der sukzessiven Näherungen zu der Lösung des allgemeinen Problems übergehen, indem man drei Potentialfunktionen $u'\,v'\,w'$ des Gebietes sucht, welche an der Oberfläche den Grenzbedingungen:

$$(27)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial u'}{\partial \nu} + \dfrac{1}{8\pi}\dfrac{\partial^2}{\partial x\,\partial \nu}\displaystyle\int_\tau \Theta'\,\frac{d\tau}{r} \\ \qquad + \dfrac{1}{2}\{\mathfrak{w}'\cos(\nu y) - \mathfrak{v}'\cos(\nu z)\} \\ = \Lambda\left\{-\dfrac{\partial u'}{\partial \nu} + \dfrac{1}{2}\,\Theta'\cos(\nu x)\right. \\ \left. -\dfrac{1}{2}\left(\mathfrak{w}'\cos(\nu y) - \mathfrak{v}'\cos(\nu z)\right)\right\} + f_1, \ldots \end{cases}$$

genügen, wo Λ einen Parameter darstellt, nach dessen Potenzen wir die Lösungen zu entwickeln suchen. Die Analyse ergibt nun, daß wir in der Tat das Problem so lösen können, wenn nicht Λ einer bestimmten Zahlenreihe

$$\Lambda_0\,\Lambda_1\,\Lambda_2 \ldots$$

angehört; die Funktionen:

$$(28)\qquad u = (1+\Lambda)\,u' + \frac{1}{8\pi}\frac{\partial}{\partial x}\int_\tau \Theta'\,\frac{d\tau}{r}, \ldots$$

werden die Lösungen der 2. Randwertaufgabe des elastischen Gleichgewichts, wenn wir

$$(29)\qquad k = \frac{1}{1+2\Lambda}$$

setzen. Dieselbe erlaubt keine Lösungen für die singulären Werte:

$$(30)\qquad k_j = \frac{1}{1+2\Lambda_j},$$

für welche sich

$$(31)\qquad k_j < \frac{1}{3}$$

ergibt. Für

$$k = k_j$$

ergeben sich dagegen interessante Funktionentripel $U_j\,V_j\,W_j$, welche den Gleichungen:

$$(32)\quad \begin{cases} \Delta U_j + k_j\dfrac{\partial \Theta_j}{\partial x} = 0, \ldots \text{in } \tau, \\ \dfrac{\partial U_j}{\partial \nu} = \dfrac{1-k_j}{2}\,\Theta_j\cos(\nu x) \\ -\dfrac{1}{2}\left\{\mathfrak{W}_j\cos(\nu y) - \mathfrak{V}_j\cos(\nu z)\right\}, \ldots \text{an } \omega \end{cases}$$

genügen, und die ich als Cosseratsche Funktionentripel zweiter Art bezeichne; nach diesen sind im allgemeinen die Lösungen je der zweiten Randwertaufgabe entwickelbar, und es bedeuten überhaupt die Reihenentwickelungen nach den Cosseratschen Funktionentripeln erster und zweiter Art für die Lösungen der Probleme

des elastischen Gleichgewichts dasselbe, was die Poincaréschen harmonischen Funktionen in der Theorie der Gleichung

$$\Delta\varphi + \lambda\varphi = F$$

bedeuten.

Nach der Lösung der statischen Grundprobleme macht auch die Lösung der fundamentalen, dynamischen Probleme der Elastizitätstheorie mit Hilfe der Methode der sukzessiven Näherungen keine allzu großen Schwierigkeiten. Es sind hier nur die Gleichungen:

$$\Delta u + k\frac{\partial\Theta}{\partial x} = F_1, \ldots \text{ in } \tau$$

durch die folgenden:

$$\Delta u + k\frac{\partial\Theta}{\partial x} = c^2\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + F_1, \ldots \tag{33}$$

zu ersetzen, wo c eine gegebene positive Konstante, t die Zeit vorstellt, und es kommen gewisse Anfangsbedingungen für $u\,v\,w$ zur Zeit $t = 0$ hinzu.

Entsprechend früheren bekannten Methoden wird man Lösungen der Gleichungen:

$$\Delta u + k\frac{\partial\Theta}{\partial x} + \lambda u = F_1, \ldots \text{ in } \tau \tag{34a}$$

erstes dynamisches Grundproblem der Elastizitätstheorie

z. B. mit den Grenzbedingungen

$$u = 0, \ldots \text{ an } \omega \tag{34b}$$

suchen, und bei der Behandlung dieses Problems gelangt man wieder zu Konstanten

$$\lambda_0\,\lambda_1\,\lambda_2 \ldots,$$

für welche Lösungen nicht existieren, wohl aber Lösungen des Problems:

$$\begin{cases} \Delta U_j + k\dfrac{\partial\Theta_j}{\partial x} + \lambda_j U_j = 0, \ldots \text{ in } \tau, \\ U_j = 0, \ldots \text{ an } \omega, \end{cases} \tag{35}$$

so daß die Funktionentripel

$$u_j = U_j \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} \frac{\sqrt{\lambda_j}}{c}\,t, \ldots \tag{36}$$

partikuläre Lösungen des Schwingungsproblems:

$$\begin{cases} \Delta u + k\dfrac{\partial\Theta}{\partial x} = c^2\dfrac{\partial^2 u}{dt^2}, \ldots \text{ in } \tau, \\ u = 0, \ldots \text{ an } \omega \end{cases} \tag{37}$$

Schwingungen eines elastischen Körpers mit ruhender Oberfläche

sind, und Entwickelungen nach den Funktionentripeln $u_j\,v_j\,w_j$ werden im allgemeinen zu Lösungen des allgemeinen dynamischen Problems der Elastizitätstheorie bei gegebenen Oberflächen-Verrückungen führen.

Das zweite fundamentale Schwingungsproblem der Elastizitätstheorie erhält man, wenn man an Stelle der Bedingungen

$$u = v = w = 0 \text{ an } \omega$$

das Verschwinden der Druckkomponenten an der Oberfläche vorschreibt. Auch dieses Problem kann man mit Hilfe der Methode der sukzessiven Annäherungen lösen, indem man es auf die Lösung des Problems

$$\begin{cases} \Delta u + \frac{1}{2}\left(k\dfrac{\partial\Theta}{\partial x} - \Delta u\right) + \frac{1}{2}\lambda u \\ \qquad = \frac{1}{2}F_1, \ldots \text{ in } \tau \\ \dfrac{\partial u}{\partial\nu} = \dfrac{1-k}{2}\Theta\cos(\nu x) \\ -\frac{1}{2}\left\{\mathfrak{w}\cos(\nu y) - \mathfrak{v}\cos(\nu z)\right\}, \ldots \text{an } \omega \end{cases} \tag{38}$$

zweites dynamisches Grundproblem der Elastizitätstheorie

zurückführt. Bei der Behandlung dieses Problems gelangt man wieder zu Konstanten

$$\lambda_0\,\lambda_1\,\lambda_2 \ldots,$$

für welche Lösungen nicht existieren, wohl aber Lösungen des Problems:

$$\begin{cases} \Delta U_j + k\dfrac{\partial\Theta_j}{\partial x} + \lambda_j U_j = 0, \ldots \text{ in } \tau \\ \dfrac{\partial U_j}{\partial\nu} = \dfrac{1-k}{2}\Theta_j\cos(\nu x) \\ -\frac{1}{2}\left\{\mathfrak{W}_j\cos(\nu y) - \mathfrak{V}_j\cos(\nu z)\right\}, \ldots \text{an } \omega, \end{cases} \tag{39}$$

so daß die Funktionentripel

$$u_j = U_j \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} \frac{\sqrt{\lambda_j}}{c}\,t, \ldots \tag{40}$$

partikuläre Lösungen des Schwingungsproblems:

$$\begin{cases} \Delta u + k\dfrac{\partial\Theta}{\partial x} = c^2\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \ldots \text{ in } \tau, \\ \dfrac{\partial u}{\partial\nu} = \dfrac{1-k}{2}\Theta\cos(\nu x) \\ -\frac{1}{2}\left\{\mathfrak{w}\cos(\nu y) - \mathfrak{v}\cos(\nu z)\right\}, \ldots \text{an } \omega \end{cases} \tag{41}$$

Schwingungen eines elastischen Körpers mit verschwindenden Druckkomponenten an der Oberfläche

sind, und Entwickelungen nach diesen Funktionentripeln werden im allgemeinen zur Lösung der allgemeinen Aufgaben des dynamischen Bewegungsproblems führen, bei dem die Druckkomponenten an der Oberfläche gegeben sind.

Nur beiläufig will ich erwähnen, daß diese Entwickelungen auch bei der Lösung derjenigen dynamischen Probleme eine Rolle spielen, in denen rechts statt

$$c^2\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$b\frac{\partial u}{\partial t}$$

steht, wie bei den hydrodynamischen Reibungsproblemen, oder allgemeiner

$$b\frac{\partial u}{\partial t} + c^2\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

wie bei den elastischen Schwingungsproblemen mit Dämpfungserscheinungen. Wir sehen, daß wir auch hier mit den Methoden der sukzessiven Annäherungen die größten Erfolge erzielen, es ist durchaus nicht erforderlich, die Probleme auf lineare Integralgleichungen zurückzuführen, ja ich glaube, es wird dies gar nicht immer möglich sein; so interessant und wichtig die Fredholmsche Entdeckung war, so dürfen wir

doch nicht, ähnlich wie man früher Probleme als gelöst betrachtete, wenn man sie auf Integrationen zurückgeführt hatte, glauben, daß das Hauptbestreben in der mathematischen Physik jetzt sein muß, alle Probleme auf lineare Integralgleichungen zurückzuführen, es muß uns vielmehr die Methode der sukzessiven Näherungen nicht bloß das liefern, was wir durch die Theorie der linearen Integralgleichungen erreichen können, sondern sie wird uns in den meisten Fällen viel weniger künstlich zu allen Eigenschaften der Lösungen führen, die uns vom physikalischen Standpunkte aus interessieren. (Eingegangen 24. September 1908.)

Diskussion.

Wiener: Ich habe verstanden, Sie sagen, daß bei einem bestimmten Werte von k die Reihe konvergent ist, aber bei $k=0$ nicht. Ich habe nicht verstanden, wie Sie es machen, für den Fall, daß die Reihe divergent ist.

Korn: Bei $k=0$ ist bei der zweiten Randwertaufgabe eine Häufungsstelle von singulären Punkten. Um von einem k auf ein anderes übergehen zu können, muß man es überhaupt einmal für einen Wert k ungleich 0 lösen. Man löst es nun für k gleich 1 und kann dann mit beliebiger Annäherung zu anderen Werten übergehen.

F. Paul Liesegang (Düsseldorf), Konstruktionstypen des Kinematographen.

Der moderne Kinematograph ist charakterisiert einmal durch die Anwendung eines perforierten Filmbandes und zweitens durch die sprungweise erfolgenden Belichtungen. Die verschiedenen Konstruktionen des Bewegungsmechanismus teilen sich in zwei Gruppen: solche, die den Film ruckweise vorwärts bewegen, und solche, bei denen der Film kontinuierlich läuft und wobei das Bild durch Mitbewegung eines Apparatteiles periodisch stationär gemacht wird. Unter den Apparaten der ersten Gruppe findet man hinwieder vier Haupttypen, die man kurz als „Greifer", „Malteserkreuz", „Schläger" und „Reibungsscheiben" bezeichnet.

Die Anforderungen, welche an den Mechanismus gestellt werden, sind: ruhiges Stehen der Bilder und Schonung des Filmbandes; beim Wiedergabeapparat ferner: flimmerfreie Darstellung, während beim Aufnahmeapparat auf das Flimmern keine Rücksicht genommen zu werden braucht. Um das Flimmern zu vermeiden, muß man den durch eine Blende verdunkelten Wechselvorgang von Bild zu Bild möglichst kurz gestalten; die durch diese Beschleunigung gewonnene Zeit kommt den Bildern zugute, indem diese entsprechend länger stehen bleiben. Ein ruhiges Stehen der Bilder erstrebt man durch exakte und gediegene Ausführung; diese Forderung ist aber um so schwerer zu erfüllen, je mehr man den Wechselvorgang beschleunigt. Auch die Schonung des Filmbandes ist um so schwieriger durchzuführen, je stärker das „Tempo" gemacht wird.

Der Greifer besteht aus einer sich auf und nieder bewegenden Gabel; sie greift oben in die Löcher des Filmbandes ein, zieht dieses bei der Abwärtsbewegung mit und zwar genau um ein Bild, läßt unten angekommen den Film los und geht „leer" hoch, um das Spiel in gleichmäßigem Gange zu wiederholen.

Fig. 1 zeigt einen Greifer in drei Stellungen. Links ist die Gabel im Begriff, in die Löcher

Fig. 1.

des Film einzugreifen; in der mittleren Darstellung befindet sie sich auf dem Wege nach unten, rechts hat der Greifer seinen tiefsten Stand erreicht und eben den Film wieder freigegeben. Bei dieser Ausführungsform, welche für Aufnahmeapparate sehr geeignet ist, braucht der Greifer zum Hoch- und Niedergang gleiche Zeit. Für Projektionsmechanismen wird zur Vermeidung des Flimmerns ein rascherer Wechselvorgang durch eine Anordnung erreicht, wie sie Fig. 2 darstellt. Die Gabel A, welche den Film transportiert, sitzt an einem Rahmen BB und wird mit diesem durch die segmentartige Exzenterscheibe E abwechselnd gehoben und gesenkt. In der höchsten und tiefsten Stellung verweilt der Rahmen eine gewisse Zeit. Das Verhältnis der Zeiten, welche Weiterbewegung des Films und Ruhe einnehmen, hat man damit auf 1:4 gebracht.

Bei der zweiten Klasse geschieht die ruckweise Weiterbewegung des Filmbandes mittels einer periodisch angetriebenen Zahntrommel, und zwar wird für deren Antrieb das Malteserkreuz benutzt (Fig. 3). Auf der Achse der Zahntrommel sitzt eine Sternscheibe S, und dieser wird durch eine rotierende Stiftscheibe AB mit Stift E periodisch $^1/_4$-Umdrehung erteilt. Zur Erzielung eines kurzen Wechselvorganges braucht man nur die Eingriffscheibe entsprechend größer zu machen. Man kann darin allerdings prak-

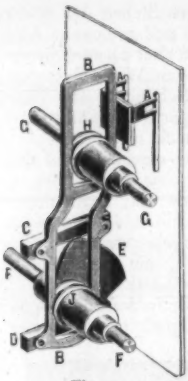


Fig. 2.

tisch nicht beliebig weit gehen; als Grenze nimmt man etwa das Verhältnis 1:8 an.

Zur ruckweisen Bewegung der Zahntrommel hat man auch andere Vorrichtungen in Anwendung gebracht, die aber nicht beibehalten wurden; so z. B. ein Schneckenrad (Fig. 4), dessen Gewinde zum Teil in gerader Richtung um das Rad läuft, dann aber wie eine Weiche von einer Seite zur anderen überspringt. Die Scheibe, in deren Einschnitte die rotierende Schnecke eingreift, steht normalerweise still; jedesmal aber, wenn die Weiche in Tätigkeit tritt, werden die Scheibe und die daraufangebrachte Zahntrommel um ein Stück gedreht.

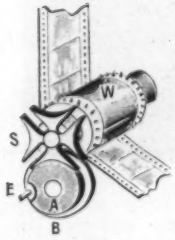


Fig. 3.

Die Wirkungsweise des Schlägersystems (Fig. 5) ist folgende. Der Film läuft, nachdem er aus der Belichtungsstelle B kommt, um den Stift T einer rotierenden Exzenterscheibe S und dann um eine ebenfalls rotierende Zahntrommel W. Der Stift schlägt, jedesmal wenn er sich nach unten bewegt, auf den Film und zieht ihn dabei um ein Bild vorwärts. Während der Stift sich aufwärts bewegt und die Zahntrommel den vom Stift geschlagenen Bausch verzehrt, ist der Film an der Belichtungsstelle in Ruhe. Das „Tempo", d. h. das Verhältnis zwischen den Zeiten der Weiterbewegung und der Ruhe, läßt sich bis auf 1:8 bringen.

Fig. 4.

Man hat dieses System auch abgeändert in der Weise, daß die Exzenterscheibe nicht direkt auf den Film wirkt, sondern ihn mittels einer hin und her gehenden Pleuelstange vorwärts stößt. Die Anordnung ist aus Fig. 6 ersichtlich.

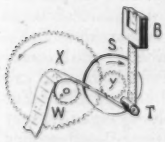


Fig. 5.

Interessant ist eine jetzt nicht mehr in Anwendung befindliche Konstruktion (Fig. 7), bei der die rotierende Zahntrommel auf der Exzenterscheibe selbst sitzt. Die Trommel macht eine doppelte Bewegung, indem sie sich um ihre eigene Achse und um die Achse der Exzenterscheibe dreht. Während ihrer Aufwärtsbewegung wickelt sich die Zahntrommel sozusagen am Film hoch, um ihn dann, wenn die Abwärtsbewegung einsetzt, jedesmal um ein Bild nach unten zu ziehen.

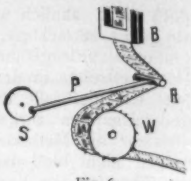


Fig. 6.

Bei der vierten Klasse geschieht die ruckweise Fortbewegung des Filmbandes durch zwei rotierende Trommeln WW, die so weit auseinanderstehen, daß der dazwischen laufende Film normalerweise nicht mitgenommen wird (Fig. 8).

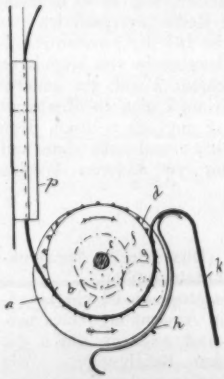


Fig. 7.

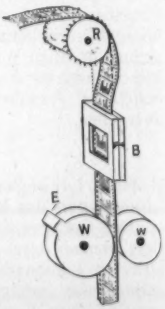


Fig. 8.

Die größere Trommel besitzt nun an ihrem Umfange ein aufgesetztes Segment E. Sobald dieses Segment an die Berührungsstelle kommt, wird der Film eingeklemmt und mit fortgezogen. Die Größe des Segmentes ist auf ein Bild berechnet. Jedoch genügt diese Anordnung nicht für einen exakten Transport; daher ist oberhalb der Belichtungsstelle B eine Zahntrommel R angebracht, die während jeder Umdrehung der Reibungstrommeln den Film um ein Bild vorschiebt und mithin nur so viel freigibt, als unten fortgezogen werden darf[1]). Das Tempo hat man bei diesem System bis auf das Verhältnis 1:23 gebracht.

In der zweiten Gruppe, der die Apparate mit kontinuierlich bewegtem Filmband angehören, finden wir ebenfalls eine Anzahl ver-

1) Eine ausführliche Beschreibung der Konstruktionen findet man im „Handbuch der praktischen Kinematographie" von F. Paul Liesegang (Ed. Liesegangs Verlag, M. Eger, Leipzig).

schiedenartiger Konstruktionstypen. Bei einer einzigen Anordnung geschieht der Ausgleich durch periodische Bewegung des Werkes. Während der Film nach unten läuft, pendelt das ganze Werk, welches den Film trägt, hinter dem feststehenden Objektiv auf und nieder, und zwar derart, daß sich während seines Hochganges die Bewegungen von Film und Werk neutralisieren. Die Konstruktionszeichnung Fig. 9

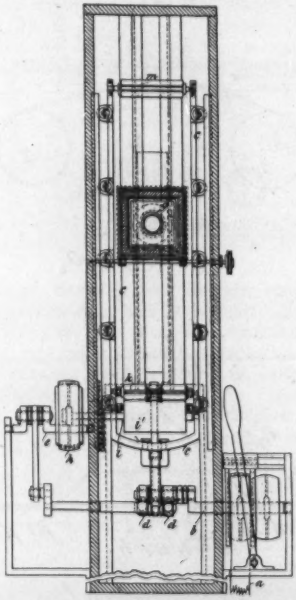


Fig. 9.

stammt aus einem Patent von Donisthorpe und Crofts aus dem Jahre 1889. Der Apparat ist wahrscheinlich gar nicht zur Ausführung gelangt; er wäre auch für die Praxis zu schwerfällig.

Alle anderen Apparate dieser Gruppe bedienen sich zum Ausgleiche einer schwingenden oder rotierenden Bewegung des optischen Teiles, sei es des Objektivs selbst oder eingeschalteter Linsen, Prismen oder Spiegel. Ein Auf- und Niederbewegen des Objektives ist unzweckmäßig. Man verwandelt die pendelnde Bewegung in eine rotierende dadurch, daß man eine Reihe von Objektiven, etwa ein Dutzend, verwendet, die auf einer Scheibe sitzen und einen Rundlauf machen, um eines nach dem andern in Tätigkeit zu treten (Fig. 10). Jedes Objektiv läuft ein Stück mit dem Film zusammen und führt während dieser Zeit die Belichtung aus. Die Verschiebung der optischen Achse

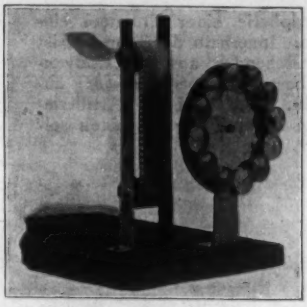


Fig. 10.

gegen die Bildmitte, welche durch die Kreisbewegung hervorgerufen wird, ist so gering, daß die Schärfe nicht darunter leidet. Bei dieser Anordnung sind ruckweise Bewegungen vermieden. Sowohl der Film als auch sämtliche Teile des Mechanismus bewegen sich mit gleichmäßiger Geschwindigkeit. Daher bietet sich hier die Möglichkeit, den Apparat außerordentlich schnell laufen zu lassen und eine sehr große Zahl von Aufnahmen in der Sekunde zu machen. Jenkins, dem wir die Ausarbeitung dieses Systems verdanken, das übrigens schon Ducos du Hauron 1864 angab, machte mit dem in Fig. 11 dargestellten Apparat über 250 Auf-

Fig. 11.

nahmen in der Sekunde. Allerdings ist die Ausführung recht kostspielig. Ferner eignet sich die Konstruktion nicht zur Projektion des jetzt üblichen kleinen Bildformates, da man die Objektive dazu nicht hinreichend nahe zusammenbringen kann.

Ebenfalls erfolgreich, aber auch für das normale Bildformat verwendbar, ist ein von Maskelyne angegebener Apparat (Fig. 12). Zur Erzielung des Ausgleichs besitzt dieser zwischen dem stetig laufenden Film und dem Objektiv einen rotierenden Kranz von plankonkaven Linsen (L), welche lückenlos aufeinander folgend

die Peripherie einer Trommel einnehmen. Innerhalb der Trommel ist ein feststehendes, aus zwei Konvexlinsen bestehendes System (M) angebracht. Die britische Artillerie-Prüfungs-Kommission hat einen sol-

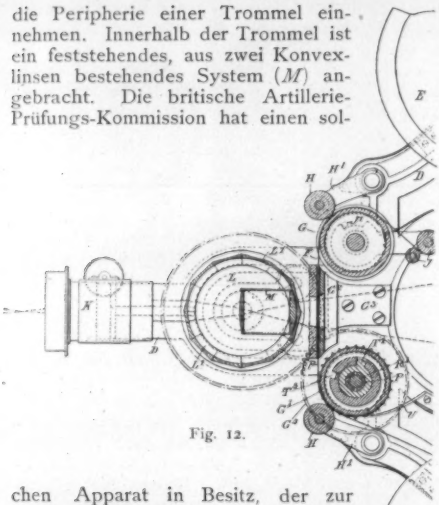


Fig. 12.

chen Apparat in Besitz, der zur Photographie fliegender Geschosse benutzt wird. Es können damit leicht 200 Aufnahmen in der Sekunde gemacht werden; man könnte viel weiter gehen, wenn nicht die Lichtempfindlichkeit des Negativfilm eine Grenze setzte. Die Herstellungskosten sind leider sehr hoch; denn das optische Organ muß äußerst sorgfältig gearbeitet sein. So kostete dieser Apparat 10000 M.

Bei den Versuchen mit eingeschalteten Prismen oder Spiegeln, die periodisch oder kontinuierlich sich bewegen, sind meines Wissens bisher praktisch zufriedenstellende Resultate nicht erzielt worden. Man brachte beispielsweise zwischen Film und Objektiv ein rotierendes Prisma mit planparallelen Seitenflächen an, welches bei seiner Rotation eine derartige Verschiebung der Strahlen bewirkt, daß dadurch die Bewegung des Bildbandes gerade ausgeglichen wird (Fig. 13). Denselben Effekt kann man mit einem sechs-, acht- oder noch mehrseitigen Prisma erreichen.

Eine andere Konstruktion (Fig. 14) benutzt zwei unter rechtem Winkel stehende Spiegel, die sich vor dem laufenden Filmband hin und her bewegen. ab sei ein Filmbild, mn und np die beiden Spiegel. Während das Filmbild sich nach $a'b'$ bewegt, verschieben sich die Spiegel nach $m'n'p'$. Das Spiegelbild $a_2 b_2$, welches dem Objektiv gegenübersteht, bleibt während dieses Zeitraumes unbeweglich. Die Spiegel springen alsdann mit beschleunigter Geschwindigkeit zurück, um das nächste Bild abzuholen.

Durch Verwendung einer größeren Anzahl

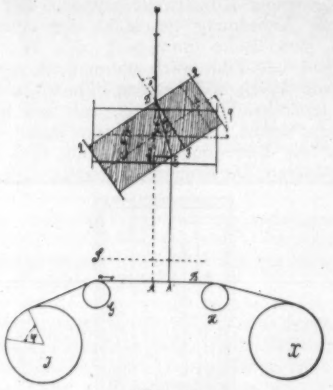


Fig. 13.

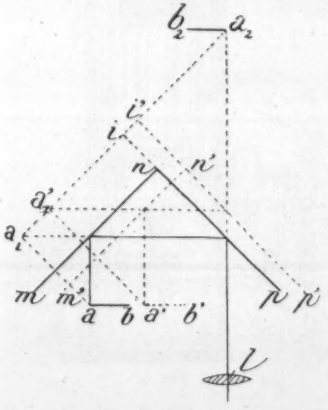


Fig. 14.

solcher Spiegelpaare, die dazu auf dem Umfang einer Trommel angebracht werden, kann man die pendelnde Bewegung in eine rotierende verwandeln. Die Wirkungsweise ist dieselbe wie oben. Hier tritt nur immer für jedes Bild ein neues Spiegelpaar in Tätigkeit. Die Abbildung (Fig. 15) zeigt die Trommel mit den zwei Reihen von Spiegeln und davor das Filmband. C ist

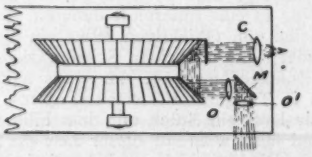


Fig. 15.

der Kondensator, OO' das Objektiv. Durch einen festen Spiegel M werden, was nebensächlich ist, die Strahlen zur Seite gelenkt.

Bei der nächsten Konstruktion (Fig. 16) wird ein vielseitiges, mit Spiegeln belegtes Prisma S

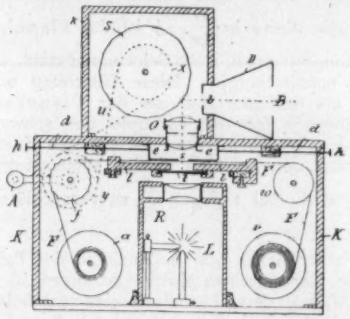


Fig. 16.

angewandt, das vor dem Objektiv rotiert und den optischen Ausgleich herbeiführt. Herr Professor Musger, von dem diese Anordnung herrührt, glaubt nach seinen bisherigen Versuchen auf praktischen Erfolg rechnen zu dürfen.

Schließlich hat man auch ein Flüssigkeitsprisma mit schwingenden Seitenflächen in Anwendung gebracht (Fig. 17). Das Prisma be-

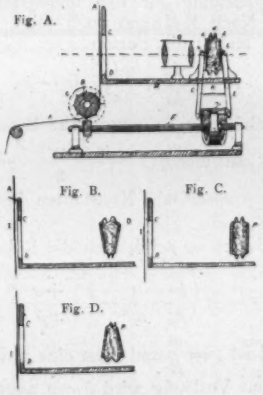


Fig. 17.

steht aus zwei Glasplatten, die durch balgartige Kautschukmembranen miteinander verbunden sind. Die Platten sind neigbar und folgen der Bewegung zweier Hebel, die durch eine Schnecke wie die Arme einer Schere abwechselnd geöffnet und geschlossen werden. Fig. A zeigt die Konstruktionsanordnung, während die anderen drei Figuren das Prisma in drei Stellungen wiedergeben. Die Bewegung des Prisma ist so abgepaßt, daß das Bild optisch stationär gemacht wird.

Wiederholt hat man Versuche gemacht, welche darauf hinauslaufen, mit Hilfe zweier Werke, die abwechselnd in Tätigkeit treten, bei der Projektion ein ununterbrochenes Arbeiten zu erzielen und dadurch das Flimmern völlig zu beseitigen. Diese Aufgabe bietet mancherlei Schwierigkeiten, und es ist bisher niemand mit einer zufriedenstellenden Lösung hervorgetreten. Im übrigen wird die Daseinsberechtigung solcher Doppelwerke um so geringer, je mehr die jetzigen Apparate vervollkommnet werden.

Was wir heute an Kinematographen im Handel haben, das sind alles Apparate mit ruckweise bewegtem Filmband. Die Apparate mit kontinuierlich laufendem Film, soweit sie überhaupt zu brauchbaren Resultaten führten, wie bei Jenkins und Maskelyne, erwiesen sich für die allgemeine Einführung als zu kostspielig. Man wird aber auf solche Konstruktionen, bei denen alle Teile in ständig gleichmäßiger Bewegung sind, zurückgreifen müssen, wenn es gilt, zur Analyse sehr rascher Bewegungen, wie von fliegenden Geschossen, von Vorgängen bei Explosionen u. dgl., eine hinreichend große Zahl von Aufnahmen in der Sekunde zu machen. Man rechnet bei den Darstellungen, wie man sie im Kinematographentheater sieht, 16—20 Aufnahmen auf die Sekunde. Wenn es darauf ankäme, könnte der Apparat auch wohl die doppelte Anzahl von Bildern machen. Dann gibt's aber für die Konstruktionen mit ruckweise bewegtem Filmband bald eine Grenze.

Hier eben ist der Apparat mit kontinuierlich laufendem Film im Vorteil; er kann die Zahl der Belichtungen so hoch treiben, als es die Lichtempfindlichkeit des Negativfilm überhaupt gestattet.

Dem Vortrag, der durch Lichtbilder erläutert wurde, folgte eine Demonstration verschiedener Modelle. Vorgeführt wurde ein „Greifer" der Gesellschaft Lux (Paris und Berlin), ferner Greifer, Malteserkreuz, Schläger, sowie Versuchsmodelle der Firma Ed. Liesegang (Düsseldorf) und ein Modell des Epizykloid-Mechanismus von Prestwich (London).

(Eingegangen 12. Oktober 1908.)

A. L. Bernoulli (Aachen), Atomzerfall und Serienspektren.

Wir sind gewohnt, alle Moleküle eines homogenen Gases als unter sich gleichartig zu betrachten und doch erscheint diese Annahme in

gewissen Fällen als zu speziell. Bei einer frühern Gelegenheit[1]) habe ich eine speziellere Formulierung der Lockyerschen Dissoziationshypothese gegeben, wobei ich die Atomgewichte als kinetische Mittelwerte betrachte. So bin ich zu einer Atomgewichtsformel gelangt, welche die sämtlichen bis dahin bekannten Atomgewichte mit bemerkenswerter Genauigkeit reproduziert, und zwar mit Hilfe einer einzigen universellen Konstante und zweier ganzzahliger Parameter p und q. Die Formel lautet:

$$A_{p,q} = 1{,}0104 \cdot \left(\frac{-1-\sqrt{3}}{2}\right)^p \cdot \left(\frac{-1+\sqrt{3}}{2}\right)^q.$$

Diese Formel ergibt sowohl ganzzahlige als auch gebrochene Atomgewichtswerte.

Die Koinzidenz wird namentlich dann besonders gut, wenn man nur die neuesten Atomgewichtsbestimmungen berücksichtigt, ja man kann geradezu sagen, daß die zeitliche Aufeinanderfolge der Bestimmung ein und desselben Elements nach den theoretischen Werten hin konvergiert.

Die speziellen zur Ableitung der obigen Formel nötigen Annahmen waren die folgenden: Mit Lockyer denke ich mir jedes chemische Element im Gaszustand oder in stark dissoziierter Lösung als eine nur von Druck und Temperatur bestimmte Zustandsform ein und desselben Urstoffs, z. B. des Wasserstoffs. Nach der Theorie der stufenweisen Dissoziation der Dämpfe, z. B. des Schwefels, folgern wir, daß für jede virtuelle polymere Molekülgattung eine obere Grenze von Druck und Temperatur besteht, jenseits welcher sie instabil wird. Demzufolge denke ich mir das erste Element als aus nicht polymerisierten Urstoffatomen M bestehend, das zweite Element sei ein im Gleichgewichtszustand befindliches Gemisch der Gattungen M_1 und M_2, ein drittes Element bestehe aus den Gattungen M_1, M_2, M_4 usw. Nimmt man ferner an, daß die Temperaturstrahlung dieser Gasgemische dem Rayleighschen Strahlungsgesetz gehorche, so läßt sich mit Hilfe des zweiten Hauptsatzes schließen, daß eine bestimmte Reihe konstanter Verteilungskoeffizienten unter sich identisch und gleich $c_v(c_v - c_p)$ seien, wodurch sich die erwähnte Formel ergibt.

Genau dieselben Annahmen haben mich neuerdings auf eine kinetische Theorie der Serienspektren geführt, welche nicht nur dasselbe leistet wie andere Theorien, sondern namentlich auch das Problem der Druckverschiebung der Serienlinien und auch das Problem der Bandenspektren mitumfaßt. Auch Beziehungen zu anderen physikalischen Gesetzen haben sich ergeben.

1) Jahresversammlung der D. Bunsengesellschaft, Hamburg 1907. Zeitschr. f. Elektrochemie **13**, 551.

Zwei neue Hypothesen sind allerdings nötig. Aus den neuen Messungen von Pflüger[1]) wissen wir endlich gewiß, daß sich in den Serien des Quecksilberbogens mit steigender Belastung die Hauptintensität nach kürzeren Wellenlängen verschiebt. Wir setzen zunächst willkürlich die Entropie $S = k \cdot \lg \cdot \frac{U}{h\nu}$. h ist das Plancksche Wirkungsquantum, ν die Schwingungszahl, U die Schwingungsenergie. Diese Gleichung würde sich als extremer Fall aus der Planckschen Gleichung[2]) für die Entropie der schwarzen Strahlung ergeben, wenn die extreme Energiekonzentration auf eine einzige Wellenlänge so groß wird, daß 1 gegen $\frac{U}{h\nu}$ zu vernachlässigen wäre.

Ferner haben wir in Analogie des Partialdrucks der einzelnen Molekülgattungen M_1, M_2, M_3, M_4 usw. deren Partialvolumina zu definieren. Assoziiert sich ein Gas vom Volumen v_0 und dem Molekulargewicht M_1 vollkommen zu Molekülen M_2, so sinkt das Volumen auf den Wert $\frac{v_0}{2}$, bei totaler Assoziation zu Molekülen M_3 auf $\frac{v_0}{3}$ usw. Wählen wir v_0 zur Einheit, so entspricht der Reihe dieser spezifischen Partialvolumina die Reihe der reziproken ganzen Zahlen.

Endlich brauchen wir noch eine bestimmte Zustandsgleichung für den ionisierten Metalldampf. Nach Reinganum[3]) folgt aus dem Virialsatz streng die Form

$$RT = \left(p + \frac{\varphi(T)}{v^2}\right)(v - b).$$

In Anlehnung an empirische Resultate von Sarrau[4]) kann man $\varphi(T) = \frac{e^{\alpha T} + e^{-\alpha T}}{2} - k$ setzen, wo k und α spezifische Konstanten des Dampfes bedeuten.

Wir finden so schließlich die Relation

$$v = N\left(\frac{k}{p} - \frac{1}{m^2} - \frac{e^{\frac{gp}{m}} + e^{-\frac{gp}{m}}}{2p}\right).$$

Dabei ist $g = \frac{\alpha}{R}$ und N ist eine universelle Konstante. Vorläufig wird $b = 0$ angenommen. Ersetzt man die Exponentialfunktionen durch ihre Reihen, so wird

$$v = N\left(\frac{k-1}{p} - \frac{2+g^2p}{2!\,m^2} - \frac{g^4p^3}{4!\,m^4} - \frac{g^6p^5}{6!\,m^6} \cdots\right).$$

1) Ann. d. Physik (4) **26**, 789, 1908.
2) Theorie d. Wärmestrahlung, Leipzig 1906, S. 153.
3) Ann. d. Phys. **6**, 533, 1901.
4) C. R. **101**, 994 und 1145, 1895.

Atomgewichtstabelle.

Element		Internationale Werte 1908	Kinetische Werte	Beobachtete reduzierte Werte $Ag = 107{,}617$ $O = 16{,}000$	Beobachter (zu „reduzierte Werte“).
Silber	*Ag*	107,93	107,617	107,615	(Richards).
Aluminium	*Al*	27,1	27,190	—	
Argon	*A*	39,9	39,390	39,92	(Ramsay).
Arsen	*As*	75,0	75,323	—	
Gold	*Au*	197,2	196,000	196,43	(Krüß).
Bor	*B*	11,0	11,042	—	
Barium	*Ba*	137,4	137,160	137,046	(Richards).
Beryllium	*Be*	9,1	9,094	—	
Wismut	*Bi*	208,0	207,323	—	
Brom	*Br*	79,96	79,600	79,723	(Baxter).
Kohlenstoff	*C*	12,00	12,000	—	
Calcium	*Ca*	40,1	39,822	39,822	(Richards).
Kadmium	*Cd*	112,4	112,583	—	
Cer	*Ce*	140,25	140,554	—	
Chlor	*Cl*	35,45	35,504	35,503	(Richards).
Kobalt	*Co*	59,0	59,086	—	
Chrom	*Cr*	52,1	51,981	—	
Cäsium	*Cs*	132,9	132,501	132,482	(Richards).
Kupfer	*Cu*	63,6	63,328	63,304	(Hampe, Shaw, Rayleigh).
Dysprosium	*Dy*	162,5	163,139	—	
Erbium	*Er*	166	167,103	—	
Europium	*Eu*	152	152,210	—	
Fluor	*F*	19,0	19,026	19,04	(Moissan).
Eisen	*Fe*	55,9	55,713	55,89	(Richards).
Gallium	*Ga*	70	70,261	—	
Gadolinium	*Gd*	156	155,942	—	
Germanium	*Ge*	72,5	72,478	—	
Wasserstoff	*H*	1,008	1,010	1,010	(D. Berthelot).
Helium	*He*	4,0	3,959	3,96	(Ramsay).
Quecksilber	*Hg*	200,0	200,817	—	
Indium	*In*	115	115,344	—	
Iridium	*Ir*	193,0	192,000	—	
Jod	*J*	126,97	126,656	126,617	(Baxter).
Kalium	*K*	39,15	38,986	38,930	(Richards).
Krypton	*Kr*	81,8	81,569	81,76	(Ramsay).
Lanthan	*La*	138,9	138,586	—	
Lithium	*Li*	7,03	7,038	—	
Magnesium	*Mg*	24,36	24,249	—	
Mangan	*Mn*	55,0	55,139	—	
Molybdän	*Mo*	96,0	96,000	—	
Stickstoff	*N*	14,01	13,928	13,905	(Richards, Ph. A. Guye).
Natrium	*Na*	23,05	22,860	22,861	(Richards).
Niob	*Nb*	94	93,681	—	
Neodym	*Nd*	143,6	143,490	—	
Neon	*Ne*	20,0	19,911	19,94	(Ramsay).
Nickel	*Ni*	58,7	58,271	—	
Sauerstoff	*O*	**16,00**	**16,000**	—	
Osmium	*Os*	191,0	189,352	—	
Phosphor	*P*	31,0	30,906	30,90	(van der Plaats).
Blei	*Pb*	206,9	205,741	206,320	(Baxter).
Palladium	*Pd*	106,5	106,511	—	
(Polonium)	(*Po*)	—	210,048	210	(Marckwald).
Praseodym	*Pr*	140,5	142,014	—	
Platin	*Pt*	194,8	193,995	—	
Radium	*Ra*	225	225,167	—	
Rubidium	*Rb*	85,5	85,315	85,252	(Archibald).
Rhodium	*Rh*	103,0	102,893	—	
Ruthenium	*Ru*	101,7	101,452	—	
Schwefel	*S*	32,06	32,000	32,00	(Svanberg, Dumas, Struve).
Antimon	*Sb*	120,2	120,666	—	
Scandium	*Sc*	44,1	44,167	—	
Selen	*Se*	79,2	78,781	—	
Silicium	*Si*	28,4	28,539	—	
Samarium	*Sm*	150,3	150,613	—	
Zinn	*Sn*	119,0	119,464	—	
Strontium	*Sr*	87,6	87,425	87,428	(Richards).
Tantal	*Ta*	181	181,000	181,0	(Hinrichsen).
Terbium	*Tb*	159,0	159,200	—	
Tellur	*Te*	127,6	128,000	—	
Thorium	*Th*	232,5	233,085	—	

Element		Internationale Werte 1908	Kinetische Werte	Beobachtete reduzierte Werte $Ag = 107{,}617$ $O = 16{,}000$	Beobachter
Titan	Ti	48,1	48,000	—	
Thallium	Tl	204,1	202,903	—	
Thulium	Tu	171	170,630	—	
Uran	U	238,5	238,800	—	
Vanadium	V	51,2	51,446	—	
Wolfram	W	184	185,438	—	
Xenon	X	128	129,330	—	
Yttrium	Y	89,0	89,578	—	
Ytterbium	Yb	173,0	173,016	—	
Zink	Zn	65,4	65,569	—	
Zirkon	Zr	90,6	90,500	—	

Wir haben also eine unendliche Reihe mit nur zwei individuellen Konstanten g und k, welche mit der Ritzschen Formel identisch ist.[1]) Brechen wir mit dem Glied $\frac{1}{m^4}$ ab, so haben wir genau die Formel von Kayser und Runge vor uns. Für $g = 0$ geht unsere Formel in die Balmersche Wasserstofformel über. Ferner weiß man aus der Erfahrung, daß die Größe a der van der Waalsschen Gleichung und ebenso die Größe k unserer Gleichung mit steigendem Atomgewicht bei verwandten chemischen Individuen wächst, aber weit langsamer als das Atomgewicht. Daraus folgt, daß die Grenze der Serien mit steigendem Atomgewicht in jeder Vertikalreihe des periodischen Systems sich nach Rot hin verschieben muß, ein Resultat, welches empirisch längst bekannt ist. Ferner ergibt die Formel, daß der Koeffizient des Gliedes mit $\frac{1}{m^2}$ sehr nahe universell und größer als N sein muß.

Aus unserer rein optischen Serienformel lassen sich aber auch umgekehrt Rückschlüsse auf das mechanische Verhalten der betreffenden Gase und Dämpfe ziehen. Gilt die Formel von Kayser und Runge, ist also $g > 0$, so wird das Kohäsionsglied der Zustandsgleichung positiv und das Gas dehnt sich bei konstantem Druck stärker aus als ein ideales Gas. Dies ist ja bekanntlich für alle Gase außer Wasserstoff der Fall. Ist dagegen $g = 0$, so gilt die Balmersche Formel und gleichzeitig ist zu schließen, daß sich der Wasserstoff weniger als ein ideales Gas ausdehnen wird. Man kann also direkt aus der Gültigkeit der Balmerschen Formel, d. h. aus rein optischen Messungen, entnehmen, daß der Wasserstoff, wie Regnault sich ausdrückt, ein Gas „plus que parfait" ist.

Führt man ferner mit Hilfe des Daltonschen Gesetzes an Stelle des Partialdrucks den Gesamtdruck der die Lichtquelle umgebenden Gasatmosphäre ein, so ergibt unsere Gleichung alle empirischen Gesetze der Druckverschiebung der Serienlinien, ein Problem, welches besonders für die Astrophysik von Bedeutung ist. Nach Humphreys und Mohler[1]) verschiebt sich mit steigendem Druck jede Serie nach Rot, und zwar zunächst proportional dem Druck. Ferner wächst die Verschiebung mit steigender Wellenlänge. Endlich gibt die Formel auch noch die 2. Annäherung richtig wieder, indem nach Messungen von Huff[2]) im Kadmiumspektrum bei sehr großem Druck die Verschiebung rascher als proportional der ersten Potenz wächst.

Ein weiteres Problem der Spektroskopie, welches ebensowenig wie das vorige[3]) bisher hat theoretisch behandelt werden können, ist das Problem der Bandenspektren. Mit wachsendem Partialdruck geht die Dissoziation und somit auch die elektrische Störung des Gases zurück, dagegen ist jetzt b und b^2 zu berücksichtigen. Ist also g klein und $b > 0$, so ergibt sich bei nicht zu kleinem m die Deslandresche Bandenformel.

Endlich sind noch gewisse Resonanzprobleme zu erwähnen. Zwei Elektronen von gleicher Schwingungszahl, welche von demselben Molekül getragen werden, befinden sich in Abständen von höchstens $^1/_{10}$ Wellenlänge. Bei diesen kleinen Distanzen treten nach Ekman[4]) an Stelle der sechs möglichen linearen Schwingungen von geringer, aber gleicher Dämpfung durch Koppelung drei stärker gedämpfte und drei sehr schwach gedämpfte auf. Von jeder Gattung fallen zwei zusammen. Sichtbar ist natürlich nur das stark gedämpfte Dublett. Die Schwingungszahl nimmt in bestimmter Weise mit dem Quadrat der Wellenlänge der Grundschwingung ab. Aus dem Abstand der D-Linien des Natriums berechnet sich so die Dublettbreite des nächsten Gliedes zu 5,5 A.-E. Die Messung ergibt 5,4 A.-E.

1) Ann. d. Physik (4). **25**, 665, Gl. 7, 1908; Ann. d. Physik (4) **12**, 264, 1903.

1) Astrophys. J. **6**, 169, 1897; l. c. **3**, 114, 1896.

2) Astrophys. J. **14**, 41, 1901.

3) Die Theorie der Druckverschiebung von Richardson (Phil. Mag. Juni 1907) ergibt die Verschiebung 40 bis 200mal zu groß.

4) Arkiv för Matematik, Astr. och Fys. **3**, Nr. 22, S. 1, 1907. — Ann. d. Physik **24**, 267 und 579, 1907.

Ferner ergibt sich, wie beobachtet, die Intensität von D_2 zu $^3/_2$mal der Intensität von D_1.

Neben diesem von Ekman behandelten Fall der Resonanz ist noch der andere zu betrachten, wo die gekoppelten Elektronen auf verschiedenen Molekülen sitzen[1]), also sich in viel größeren Abständen (Größenordnung der mittleren Weglänge) befinden. Die stark gedämpften Dubletts der Hauptserie ergeben so eine weitere Serie von Dubletts mit konstanten Abständen und relativ starken nach Rot verbreiterten Linien (II. Nebenserie). Das schwach gedämpfte, also äußerst lichtschwache und bis jetzt wohl nicht beobachtete Dublett jedes Moleküls ergibt analog eine weitere Nebenserie mit relativ scharfen, aber lichtschwachen Dubletts, also die I. Nebenserie. Theorie und Erfahrung verlangen für beide Nebenserien die gleiche Grenze.

1) B. Galitzin, Bull. St. Pétersbourg (5) **2**, 397 und Wied. Ann. **58**, 78, 1895.

(Eingegangen 24. September 1908.)

Diskussion.

Kayser (Bonn): Die Resultate scheinen mir sehr interessant und wichtig zu sein. Vor allem das letzte Resultat, der Einfluß der Druckverschiebung, daß sich ein Zusammenhang zwischen der Größe der Druckverschiebung der Spektrallinien und der Konstanten g ergibt. Humphreys und Mohler haben rein experimentell diesen Schluß gezogen, waren aber nicht imstande, eine theoretische Begründung dafür zu geben. Hier scheint nun ja eine solche vorhanden zu sein. Allerdings war die Einleitung zu kurz, als daß ich übersehen könnte, inwieweit sie begründet ist oder nur auf Annahmen beruht.

Bose: Der Vortragende hat eine universelle Konstante erwähnt. Ist damit der Proportionalitätsfaktor gemeint?

Bernoulli: Nein, es ist die Größe $\frac{c_v}{c_v - c_p}$.

Bose: Ergibt sich das theoretisch?

Bernoulli: Ja. Hier habe ich zunächst die Konstante K des Massenwirkungsgesetzes; der Quotient $\frac{K}{P}$ spielt eine wesentliche Rolle. Ich habe angesetzt:

$$j_1 = \frac{K_1}{4P_1}, \qquad j_2 = \frac{K_2}{4P_2} \text{ usw.}$$

und dann muß sein:

$$A_{pq} = (j_1 + 1 \pm \sqrt{j_1(j_1+1)}\,(j_2 + 1 \pm \sqrt{j_2(j_2+1)} \cdots \cdots j_r + 1 \pm \sqrt{j_r(j_r+1)}.$$

Dann läßt sich leicht zeigen, daß der zweite Hauptsatz verletzt würde, wenn nicht wäre:

$$j_1 = j_2 = j_3 = \cdots \cdots j_r = \frac{c_v}{c_v - c_p}$$

und im Fall der Einatomigkeit $j = -3/2$.

Planck: Mir kommt vor, als ob bei dieser Voraussetzung des Gleichgewichtes zwischen ein- und mehrfachen Atomen, als ob da das Atomgewicht, das doch dann einen kinetischen Mittelwert bedeutet, sich mit der Temperatur ändern müßte. Denn mit der Temperatur ändert sich doch der Dissoziationsgrad der einzelnen Moleküle. Wie ist es damit?

Bernoulli: Ich habe mich hier auf spezielle Fälle beschränkt. Hier ist nur das Verhältnis c_p / c_v wesentlich, und das ist unabhängig von der Temperatur.

Planck: Ja, praktisch. Aber nach Ihrer Theorie dürfte es doch wohl nicht davon unabhängig sein. Wenn es verschiedene Molekülarten in verschiedener Konzentration sind, müßte das doch von der Temperatur abhängen.

Bernoulli: Ich betrachte nur adiabatische und überdies isolytische Prozesse und dann ist K/p eine Konstante.

Planck: Ja, aber wenn die Temperatur sich ändert? Jede Temperatur läßt alle Molekülarten zu, jede hat eine endliche Konzentration.

Bernoulli: Nach den Messungen der Dichte stufenweise dissoziierter Dämpfe glaube ich, daß diese Annahme erlaubt ist.

Planck: Die Thermodynamik lehrt das jedenfalls nicht.

Bose: Kommt die Konstanz der Atomgewichte nicht vielleicht dadurch heraus, daß die Dissoziationswärme stillschweigend Null gesetzt ist?

Planck: Daß aber die Reaktionswärme Null sein sollte, wo wir die kolossalen Wärmetönungen bei dem Zerfall der Atome haben, ist wohl nicht anzunehmen.

Voigt: Wie hat der Vortragende p und q gebildet? Sind ganze Zahlen für beide genommen? Das ist wohl ganz hypothetisch? Ist das ein ganz kontinuierliches lückenloses Netz von Zahlen, und entspricht jedem Zahlenpaar ein beobachtetes Atomgewicht?

Bernoulli: Nein; $(p+q)$ ist die Anzahl der vorhandenen Molekülgattungen.

Voigt: Also Ihre Methode würde neue Atomgewichte und somit neue Elemente signalisieren?

Bernoulli: Ja. Was ich sagte, bezieht sich auf den Bereich zwischen Kohlenstoff und Uran; unterhalb des Kohlenstoffs müssen noch viele unbekannte Elemente sein.

Rubens: Welche Zahlen haben Sie eingesetzt, ich meine bis zu welcher Grenze?

Bernoulli: Von Null bis 30.

Rubens: Das gibt gegen 900 Kombinationen, das wären ja viel mehr als Atomgewichte vorhanden sind, also es sind doch gewisse Zahlengruppen ausgelassen.

Bernoulli: Es ergibt sich noch eine schein-

bare Periodizität der Atomgewichtswerte, und das habe ich hier vernachlässigt.

Rubens: Ich habe das nicht ganz verstanden, aber eine eingehende Diskussion der Zahlenberechnung würde wohl hier zu weit führen.

Schaefer: Ich habe nicht verstanden, wie der Vortragende bei seinem Atommodell unendlich viele Serienlinien herausbekommt. Ist es nicht nur eine sehr große Zahl?

Bernoulli: Ja, es ist eine sehr große Zahl zwischen endlichen Grenzen.

v. Geitler (Czernowitz): Wenn p eine ungerade Zahl ist, kommt das Atomgewicht ja negativ heraus.

Bernoulli: Das ist auch ganz in der Ordnung.

v. Oettingen: Es wäre doch sehr interessant zu wissen, welche Werte von p und q zu diesen schönen Resultaten geführt haben und welche zu nichts geführt haben. Das muß ein großartiger Anblick sein, und den vermissen wir doch.

Bernoulli: Es läßt sich ein Zusammenhang zwischen den Zahlen, welche Koinzidenzen geliefert haben, nicht angeben.

G. Berndt (Cöthen, Anhalt), Über Hysteresis bei einigen Eisenverbindungen.

Im Gegensatz zu dem magnetischen Verhalten der Metalle der Eisengruppe und einiger Legierungen hatte man bei den para- und diamagnetischen Substanzen meist Unabhängigkeit der Suszeptibilität $\varkappa$ von der Feldstärke H angenommen. Nur beim Eisenoxyd hatten Königsberger[1]) und St. Meyer[2]) eine Abnahme von $\varkappa$ mit wachsendem H, ferner Andeutungen von Hysteresis und remanenten Magnetismus beobachtet.

1) J. Königsberger, Wied. Ann. **66**, 727, 1898.
2) St. Meyer, Wied. Ann. **69**, 236, 1899.

Um eine vollständige Hysteresisschleife beim Eisenoxyd aufzunehmen, wurde das ballistische Verfahren angewandt. Die zu untersuchende Substanz befand sich in einem geschlitzten Messingrohre oder einem Glasrohre von etwa 4 cm Durchmesser bei ungefähr 20 cm Länge. Die darüber gewickelte Sekundärspule (18 cm lang) besaß gegen 12000 Windungen, und die außen befindliche Primärspule (25 cm lang) etwa 200 Windungen pro Zentimeter. Die in der kernlosen Spule induzierte elektromotorische Kraft wurde durch eine zweite Spule von ähnlichen Verhältnissen nahezu völlig kompensiert und der geringe übrigbleibende Ausschlag in Rechnung gesetzt. Die Substanzen wurden bei verschiedener Dichte, festgestampft und lose eingefüllt, untersucht. Wegen der geringen erzielten Intensität der Magnetisierung I war eine Korrektion wegen des entmagnetisierenden Einflusses der Stabenden nicht anzubringen; da ferner der Ausschlag des Galvanometers direkt proportional I war, fiel auch die Korrektion wegen nicht vollständigen Erfüllens des Querschnittes der Sekundärspule durch den Kern fort. Wohl aber ist zu berücksichtigen, daß das Feld der Primärspule nicht homogen ist; da jedoch die Suszeptibilität nur wenig mit der Feldstärke variiert, ist der hierdurch verursachte Fehler nicht beträchtlich. Die mittlere Feldstärke ergibt sich aus der Formel:

$$H = \frac{2\pi n i}{10} \frac{2}{l-2a} \left[\sqrt{r^2+(l-a)^2} - \sqrt{r^2+a^2}\right]$$

(n = Windungszahl pro Zentimeter, i = Stromstärke in Ampere, l = Länge der Spule, r = mittlerem Radius, a = Abstand des Kernendes vom Spulenende).

Untersucht wurden Eisenoxyd, Eisenhydroxyd (entstanden durch allmähliche Oxydation des Karbonats und deshalb verunreinigt durch Karbonat und Oxyd), Eisenchlorid, Ferro- und Ferrisulfat. Die beiden ersteren zeigen ausgesprochene Hysteresis und remanenten Magnetismus; bei den drei anderen Substanzen ließ

Tabelle 1. Eisenoxyd.

H	I	H	I	H	I	H	I	H	I
+ 49,9	+0,0230	+154,9	+0,0612	− 49,9	−0,0186	−152,5	−0,0611	+ 49,9	+0,0184
+102,0	+0,0427	+100,9	+0,0469	−100,9	−0,0401	−100,9	−0,0470	+102,0	+0,0397
+154,1	+0,0591	+ 49,0	+0,0306	−154,8	−0,0582	− 49,9	−0,0307	+152,9	+0,0576
+205,0	+0,0737	0,0	+0,0072	−203,9	−0,0730	0,0	−0,0076	+202,7	+0,0723

Tabelle 2. Eisenhydroxyd.

H	I	H	I	H	I	H	I	H	I
+ 52,9	+0,0548	+151,9	+0,1674	− 51,9	−0,0436	−151,6	−0,1638	+ 51,5	+0,0455
+101,6	+0,1064	+101,6	+0,1231	−101,5	−0,1008	−101,5	−0,1217	+101,6	+0,1035
+152,3	+0,1582	+ 51,9	+0,0756	−152,0	−0,1554	− 52,0	−0,0739	+151,6	+0,1578
+202,6	+0,2078	0,0	+0,0191	−202,1	−0,2058	0,0	−0,0169	+202,0	+0,2072

sich mit meinen Hilfsmitteln keine Hysteresis nachweisen. Als Beispiel für das Verhalten der Substanzen sind in Tabelle 1 und 2 die Ergebnisse eines vierstufigen Versuches an Eisenoxyd (Dichte $d = 1{,}344$) und Eisenhydroxyd ($d = 1{,}264$) wiedergegeben und in Fig. 1 und 2 graphisch dargestellt.

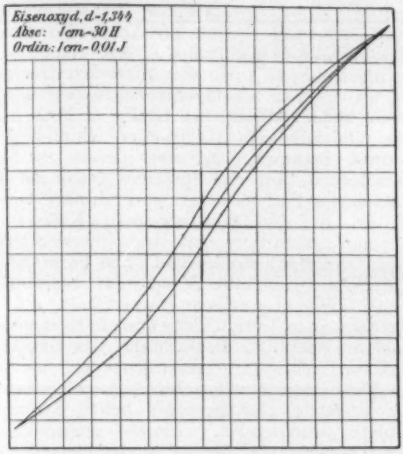


Fig. 1. Maßstab 1 : 2.

Die Abhängigkeit der Suszeptibilität von der Feldstärke ergibt sich aus Tabelle 3. $\varkappa$ ist angegeben für 1 g Molekül, multipliziert mit 10^3.

Der Einfluß der Stufenzahl ist aus Tabelle 4 zu ersehen, in welcher bedeutet: $R\,\%$ die Remanenz in Prozenten der maximalen Intensität der Magnetisierung, $C\,\%$ die Koerzitivkraft in Prozenten der maximalen Feldstärke, J_{Max} die für 200 Gauß erreichte Intensität der Magnetisierung, E den Energieverlust pro Zyklus und cm^3 in Erg, t die Temperatur.

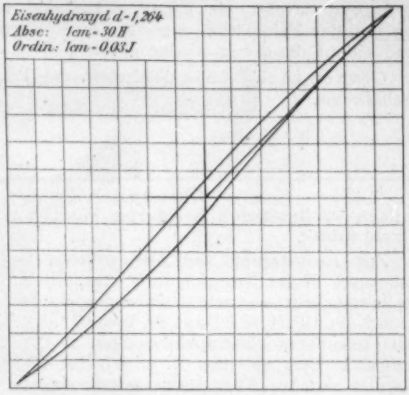


Fig. 2. Maßstab 1 : 2.

Tabelle 3. Suszeptibilität.

Fe_2O_3		$Fe(OH)_3$	
H	$\varkappa$	H	$\varkappa$
+ 27,0	56,6	+ 27,1	86,7
+ 45,6	54,9	+ 45,2	87,5
+ 67,6	51,9	+ 67,1	87,5
+ 88,4	50,1	+ 87,8	87,1
+113,6	48,1	+111,8	86,5
+133,6	46,3	+131,0	86,0
+155,5	44,7	+153,1	85,2
+175,7	43,4	+176,1	84,5
+201,7	41,9	+203,0	83,6

Bei beiden Substanzen wachsen $R\,\%$, $C\,\%$, J_{Max} und E mit abnehmender Stufenzahl; die Suszeptibilität nimmt beim Eisenoxyd mit wachsender Feldstärke ab, und zwar um so langsamer, je größer die Feldstärke; beim Eisen-

Tabelle 4. Zusammenstellung.

Material und Dichte	Stufenzahl	$R\,\%$	$C\,\%$	J_{Max}	E	t	Max. Feldstärke
	9	8,2	5,4	0,0713	2,33	18,6°	200
Fe_2O_3	4	10,1	6,8	0,0721	3,09	18,1°	200
1,344	2	10,9	7,1	0,0740	3,11	18,3°	200
	1	11,2	8,6	0,0760	3,14	18,0°	200
Fe_2O_3	4	11,8	6,5	0,0763	10,81	22°	400
1,344	1	11,8	7,3	0,0777	11,18	27°	400
Fe_2O_3	4	9,1	5,3	0,0329	1,06	17,5°	200
0,576	1	12,0	7,2	0,0338	1,64	17,5°	200
	9	7,6	6,9	0,1952	6,90	16,6°	200
$Fe(OH)_3$	4	8,6	7,5	0,2048	8,16	16,6°	200
1,264	2	8,7	7,8	0,2073	9,61	16,6°	200
	1	9,2	8,7	0,2106	10,15	16,6°	200
$Fe(OH)_3$	4	8,2	7,1	0,1223	4,80	17,3°	200
0,734	1	9,5	7,7	0,1207	5,80	17,3°	200

hydroxyd wächst sie dagegen zunächst mit wachsender Feldstärke, erreicht ein Maximum und nimmt dann erst wieder ab.

Cöthen (Anhalt), Physik. Labor. des Polytechnikums.

(Eingegangen 22. September 1908.)

F. Löwe (Jena), Gitterspektroskop mit nach Wellenlängen bezifferter Mikrometerschraube [1]).

Zur Ausmessung von Absorptionsspektren hat man bisher ausschließlich das seit etwa 50 Jahren weit verbreitete Prismenspektroskop nach Kirchhoff und Bunsen benutzt; die bereits bekannten Gitterspektroskope, z. B. von Adam Hilger und von R. und J. Beck Ltd.-London sind für Absorptionsspektra nicht verwendbar, weil deren Dispersion für diesen Zweck erheblich zu groß ist. Andererseits dürfte auch bei der Untersuchung von Absorptionsspektren eine bequeme Einrichtung zur mikrometrischen Messung und direkten Ablesung der Wellenlänge willkommen sein, wie sie nur bei Gitterspektroskopen möglich ist. Rüstet man nämlich ein Gitterspektroskop mit einer sogenannten Sinusschraube [2]) aus, die mit einem Umdrehungszähler und einer Mikrometertrommel versehen ist, so besteht die ganze Ermittlung der Wellenlänge, wenn man die Dimensionen der Schrauben passend wählt, nur aus der Ablesung des Umdrehungszählers (z. B. 48 in Fig. 1) und der Ablesung der Mikrometertrommel (z. B. 61); die aus den beiden Ablesungen gebildete Zahl 4861 bedeutet alsdann ohne weiteres die Wellenlänge in dem internationalen Maße, 4861 Ångström-Einheiten = 486,1 $\mu\mu$. Die mittlere Dispersion des Beugungsgitters ist derjenigen des Flintprismas eines der üblichen Spektroskope etwa gleich; vermöge der Eigenart des Gitterspektrums ist jedoch das Rot im Verhältnis zum mittleren Teil des Spektrums weiter auseinander gezogen und das Violett enger zusammengedrängt, als in einem Prismenspektroskop. Dies bringt den Vorteil mit sich, daß der an und für sich lichtschwache, violette Teil des Spektrums heller erscheint.

Das Spektroskop (Fig. 2) besteht im wesentlichen aus einem Dreifuß, der auf einem schrägen Arm den festgelagerten Kollimator trägt und auf einem wagerechten Arm die Mikrometereinrichtung und das um die Achse A drehbare Fernrohr. Der Kollimator C hat einen symmetrischen Spalt [1]) mit einer Mikrometertrommel M, an der man die Hundertstel Millimeter ablesen kann. Mittels des Griffes G kann man das Objektiv des Kollimators (Durchmesser 30 mm, Brennweite 240 mm) parallel mit sich verschieben, um das Spektrum genau auf die Ebene des Fadenkreuzes im Fernrohre einzustellen. Auf das Objektivende des Kollimators ist der Gitterträger mit dem durchsichtigen Beugungsgitter aufgeschoben. Das Fernrohr ist mittels der Schraube N um eine horizontale Achse in Zapfen neigbar. Das Okular Ok ist auswechselbar, verstellbar und festklemmbar, zwei Schieber Sch dienen dazu, das Gesichtsfeld von rechts und links einzuengen, um bei der Beobachtung schwacher Absorptionsbande die störende Nachbarschaft heller Spektralgebiete abzublenden. Einem gemeinsamen Zwecke dienen der Spiegel S, der kleine Rohrstutzen B und der auf das Objektivende des Fernrohres aufgeschobene Spiegelträger R, nämlich dem Zwecke, im Gesichtsfeld, d. h. im Spektrum auf Wunsch eine schmale, horizontale weiße Einstellungsmarke zu liefern, deren Breite und Höhenlage man nach Belieben regeln kann. Der Spiegel S wirft das von einer Lampe kommende Licht nach unten, auf einen in der Figur nicht erkennbaren symmetrisch verstellbaren Schlitz in dem Rohrstutzen B. Von dem Schlitz gelangt das Licht durch ein kleines Reflexionsprisma im Innern des Fernrohres zum Fernrohrobjektiv, tritt aus diesem aus und fällt auf einen kleinen Spiegel außerhalb des Fernrohres, den man mittels der Schraube R ein wenig neigen

1) Eine ausführlichere Beschreibung ist in der Zeitschr. für Instrumentenkunde **28**, 261 ff., 1908 erschienen.

2) Vgl. C. Pulfrich, Zeitschr. f. Instrumentenkunde **27**, 340, 1907.

1) Vgl. F. Löwe, „Über einen Spektralapparat mit fester Ablenkung", diese Zeitschr. **8**, 837—840, 1907 (Fig. 5).

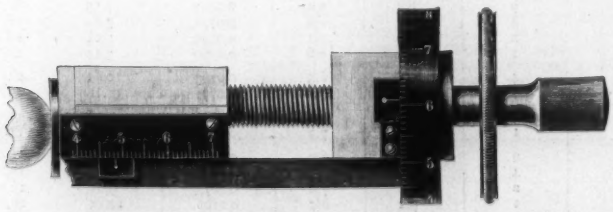


Fig. 1. (Nat. Gr.) Die Wellenlängenschraube, schematisch dargestellt.
Ablesung am Umdrehungszähler: 48, an der Mikrometertrommel: 61. Wellenlänge = 4861 Ångström-Einheiten = 486,1 $\mu\mu$.

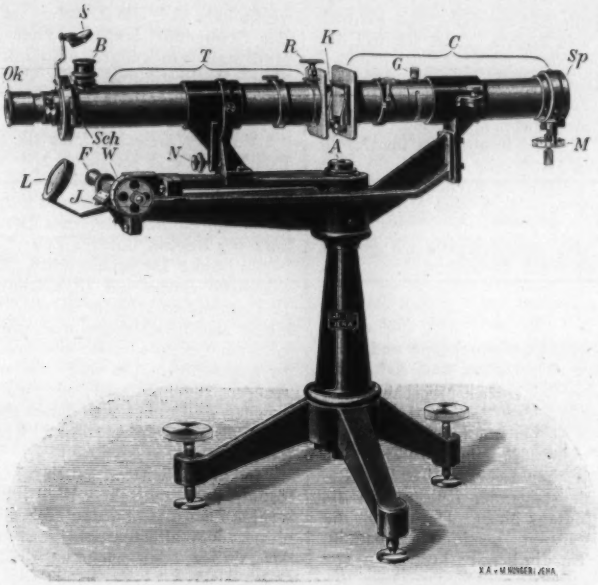


Fig. 2. (Etwa 1/6 nat. Gr.) Das Gitterspektroskop.
Ein Lichtschutz zwischen R und K ist in der Figur weggelassen.

kann. Von dem Spiegel wird das Licht wieder durch das Objektiv hindurch in die Mitte des Gesichtsfeldes, d. h. auf den Schnittpunkt des Fadenkreuzes geworfen, es entsteht also in der Ebene des Fadenkreuzes ein reelles, weißes Bild des kleinen wagerecht liegenden Schlitzes. Der Nutzen dieser zuerst von Formanek, wenn auch in anderer Anordnung angegebenen Einrichtung ist erstens, daß man den Schnittpunkt des Fadenkreuzes auch erkennen kann, wenn das Fadenkreuz sich mitten in einer absolut dunklen Absorptionsbande befindet; die Einrichtung hat sich als ein unentbehrliches Hilfsmittel bei der Untersuchung von Absorptionsspektren bewährt. Zweitens ist die Einrichtung von erheblichem Vorteil, wenn man in einem Emissionsspektrum eine schmale, helle Linie auf absolut dunklem Grunde genau auf den Schnittpunkt des Fadenkreuzes einstellen will. Man läßt dann durch Drehen an der Wellenlängenschraube die Linie wandern, bis sie zwischen den Fäden des Fadenkreuzes steht, und bis die Verlängerung der oben und unten über den weißen Streifen hinausragenden Linie anscheinend durch den Schnittpunkt des Fadenkreuzes geht. Alsdann schaltet man das weiße Licht aus, so daß nur die helle Linie und das Fadenkreuz im Gesichtsfelde sind. Jetzt ist es leicht, die Linie auf den Schnittpunkt, dem sie jedenfalls schon ganz nahe stand, mit aller Schärfe einzustellen. Die bereits in Fig. 1 schematisch dargestellte Mikrometereinrichtung zur Ablesung der Wellenlänge besteht aus der Wellenlängenschraube W mit Trommel, dem Umdrehungszähler $\mathcal{Z}$ und dem Federgehäuse F; eine Lupe erleichtert die Ablesung. Die Prüfung des Spektroskops mit Sonnenlicht ergab u. a. die Auflösung der Eisenlinie 5270, ein in Anbetracht der geringen Dispersion des Gitters überraschendes Zeugnis für die auflösende Kraft des Spektralapparates. Zum Schluß ist es dem Verfasser eine angenehme Pflicht, Herrn Professor J. Formanek, Prag, für seine wertvolle Mitarbeit an der Anpassung des Instruments für die speziellen, dem Verfasser zunächst fremden Aufgaben der Messung von Absorptionsspektren an dieser Stelle seinen verbindlichsten Dank auszusprechen.

(Eingegangen 10. September 1908.)

Diskussion.

Kayser (Bonn): Ich möchte fragen, was für Gitter angewendet wurden.

Löwe (Jena): Ein amerikanisches, sogenanntes Ivessches Gitter. Es ist viel schwächer als ein Rowlandsches und hat nur etwa 140 Striche pro Millimeter.

Kayser: Ives macht auch Zelluloidabdrücke;

also es wäre immerhin möglich, daß es doch von Rowland sein könnte. Aber ich will das nicht behaupten.

du Bois (Berlin): Wie steht es mit der Lichtstärke? Wie verhält sich ungefähr die im Spektrum erster Ordnung erreichte Helligkeit zu der mit einem Einzelprisma im Durchschnitt erhaltenen Helligkeit?

Löwe: Sie ist etwas schwächer, dies macht aber nichts, weil man doch eine Nernstlampe nimmt.

du Bois: Also eine Nernstlampe genügt vollauf?

Löwe: Ja.

Drecker (Aachen), Über Gnomone und Sonnenuhren, ihre Geschichte und Literatur.

In den ältesten Zeiten der Menschheit war das kleinste Zeitmaß der Tag, d. h. die Zeit zwischen Sonnenauf- und -untergang und die Nacht. Für eine weitere Einteilung dieser Zeiten war bei der einfachen Lebensweise kein Bedürfnis. Erst mit steigender Kultur kam die Festlegung des Mittags hinzu. Die ersten, die die genaue Mittagszeit bestimmen konnten, waren die Chinesen, die bereits 1100 Jahre vor unserer Zeitrechnung den täglichen Gang des Schattens einer senkrechten Säule, eines Gnomon, beobachteten und daraus den Mittag, aber auch schon die Solstitien und die Schiefe der Ekliptik bestimmten. Ein gleiches wird ebenfalls in sehr früher Zeit in Babylonien und Ägypten der Fall gewesen sein. In Ägypten dienten die Obelisken als Gnomone und als Kaiser Augustus den ersten ägyptischen Obelisken nach Rom bringen ließ, stellte er ihn auf dem Marsfelde auf und ließ durch eherne Marken auf dem Boden die Mittagslinie und die Tierkreiszeichen festlegen, genau in der Art, wie wir es heute noch auf dem Platze vor der Peterskirche in Rom unter dem Obelisken sehen, den Sixtus V. dort aufstellte. In späterer Zeit konstruierte man solche Gnomone in vielen hohen Kirchen, bei denen an Stelle der schattenwerfenden Säule ein kleines Loch im Gewölbe trat, durch welches ein Bildchen der Sonne auf dem Boden der Kirche erzeugt wurde. Manche dieser Gnomone, z. B. der von Ign. Danti 1575 hergestellte und von Dom. Cassini 1653 verbesserte in der Kirche S. Petronio in Bologna, sind so genau, daß man den Mittag bis auf einen kleinen Bruchteil einer Sekunde daran bestimmen kann.

Die weitere Einteilung des Tages vermittels der Sonnenuhr haben nach Herodots Zeugnis die Griechen von den Babyloniern gelernt. Als Erfinder wird der chaldäische Astronom Berosus genannt, der um 640 v. Chr. auf die Insel Cos kam und dort Astronomie lehrte. Von dort verbreitete sich die Kenntnis und der Gebrauch der Sonnenuhr langsam über ganz Griechenland und verdrängte allmählich eine andere ältere Zeitbestimmung, die darin bestand, daß man die Länge des Schattens seines eigenen Körpers angab.

Von den Griechen kam die Sonnenuhr nach Rom, aber erst im Jahre 293 wurde die erste im Tempelhofe des Quirinus aufgestellt. Über die verschiedenen Arten und Formen der antiken Sonnenuhren berichtet uns Vitruvius in seinem kurz vor Beginn unserer Zeitrechnung geschriebenen Buche De architectura. Er zählt 14 verschiedene Arten auf (Erklärung derselben an 12 Lichtbildern). Unter diesen finden sich schon kleine Taschen-Sonnenuhren, die älteste, in Herkulanum gefundene, ist also mit Sicherheit vor 79 angefertigt. Es sind die ersten Vorläufer unserer Taschenuhren, sie waren so gut gearbeitet, daß man heute daran genau den Breitegrad, für den sie bestimmt waren, berechnen kann.

In den nächsten Jahrhunderten nach Auflösung des römischen Weltreiches finden wir wenige Zeugnisse für den Gebrauch der Sonnenuhren. Die ältesten Schriften darüber sind die der Araber, der nächsten Erben griechischer Gelehrsamkeit.

Aus dem frühen Mittelalter sind uns einige Manuskripte über Sonnenuhren erhalten, so von Gebert, von Herimann dem Lahmen und von dem britischen Mönch Beda. Sonnenuhren an Gebäuden aus dieser Zeit gibt es in Deutschland nicht mehr, wohl aber in England (Lichtbilder).

Die Verbesserung der mechanischen Uhren durch die Erfindung der Gewichts- und Federuhren an Stelle der alten Sand- und Wasseruhren war nicht von so großem Einfluß auf die Herstellung und die Verbreitung der Sonnenuhren und das wurde auch noch nicht anders als Peter Hele um 1500 die erste Taschenuhr konstruierte. Der Grund hierfür ist jedenfalls der, daß man auch von diesen Uhren sagen konnte, was Seneca von den alten römischen Wasseruhren sagt, es sei leichter, daß 2 Philosophen übereinstimmten als 2 Uhren. Dagegen hatte das Bekanntwerden der Magnetnadel die Folge, daß nun gerade recht viele Taschensonnenuhren hergestellt wurden. Bisher waren die Taschensonnenuhren nichts anders als Instrumentchen, mit denen man die Höhe der Sonne maß, da diese aber zur gleichen Tagesstunde an verschiedenen Tagen im Jahre verschieden ist, so forderten diese Uhren eine Einstellung auf das Datum. Hierhin gehören die Zylinder, die Sonnenringe und die Sonnenquadranten (Lichtbilder). Mit Hilfe einer kleinen Magnetnadel aber konnte man die Uhr von Süden nach Norden orientieren und brauchte bei der Kon-

struktion dieser Art keine weitere Einstellung auf das Datum. Die ersten, von denen wir wissen, daß sie solche Uhren gemacht haben, waren die großen Nürnberger Gelehrten Regiomontanus, Prätorius und Georg Hartmann, alle noch dem 15. Jahrhundert angehörend. Bald aber traten gewerbsmäßige Kompaßmacher auf (Kompaß bedeutete ursprünglich eine Sonnenuhr mit Magnetnadel). Im Jahre 1510 bildeten 20 Nürnberger Meister eine besondere Kompaßmachergilde, die noch in der Mitte des 18. Jahrhunderts bestand. Die Nürnberger trieben auch lebhaften Handel mit Sonnenuhren nach Italien und Spanien. (Durch Vorführung zahlreicher Lichtbilder werden die verschiedenen Arten und Formen dieser ältesten Kompasse erläutert.) Neben Nürnberg traten dann auch in anderen Städten, ganz besonders in Augsburg sehr kunstreiche Kompaßmacher auf, besonders erwähnenswert ist Christoph Schißler, dessen Arbeiten nicht nur durch mathematische Genauigkeit, sondern auch durch Schönheit der Form und Ausführung sich vorteilhaft vor anderen auszeichneten (Lichtbild). (In anderen Lichtbildern wird die weitere Entwicklung der Sonnenuhr bis in die neuere Zeit vorgeführt.)

Die Literatur über Sonnenuhren ist eine sehr reiche. Schon vor dem Jahre 1600 erschienen über 60 Bücher, die nur über Sonnenuhren handeln. Im ganzen gibt es etwa 500 gnomonische Druckwerke.

Die Einführung des elektromagnetischen Telegraphen und die dadurch überallhin vermittelten Uhrzeichen haben den allgemeinen Gebrauch der Sonnenuhr eingeschränkt. Nur selten einmal benutzt ein sinniger Architekt dies alte Kulturdenkmal zum Schmuck eines neuen Gebäudes, wie Herr Prof. Pützer an dem Verwaltungsgebäude der Stadt Aachen. Der Spruch, den man auf alten Sonnenuhren findet „Tempus edax rerum", gilt eben auch für die Sonnenuhr selber.

(Eingegangen 2. Oktober 1908.)

Diskussion.

Simon: Ich möchte mir die Frage erlauben, wie lange man braucht, um auf einer solchen Uhr die Zeit abzulesen. Man hatte ja damals an sich mehr Zeit wie jetzt, also wohl auch, um nach der Uhr zu sehen.

Drecker: 5—10 Sekunden.

Stenbeck: Welche Genauigkeitsgrenze hat man bei diesen Sonnenuhren bekommen?

Vors. v. Oettingen: Ist diese Frage nicht zu weitgehend? Bei den verschiedenen Sonnenuhren wird das sehr wenig genau gewesen sein.

Drecker: Mittels der großen Gnomonen läßt sich der Mittag bis auf $^1/_{10}$ Sekunde bestimmen, auf den kleinen Sonnenuhren liest man die Zeit ab bis auf eine Minute höchstens.

Stenbeck: Bisher hatte man nach Prof. Förster bei einfacheren Einrichtungen mit Sonnenrohren nur eine Genauigkeitsgrenze von $^1/_{10}$ Minute. Nun kann man es mit einem Sonnenbild wie früher mit den Gnomonen machen. Man kann so die Zeit bis auf die Sekunde und noch mehr genau bestimmen. Ich habe voriges Jahr einige Versuche angestellt. Ich habe drei in nordsüdlicher Richtung gespannte Fäden gehabt und das Sonnenbild im Zimmer darüber gehen lassen, und Sie sehen in untenstehender Tabelle, daß man schon mit einem Faden die Zeit bis auf die Sekunde bestimmen kann, und wenn man das Mittel aus den Beobachtungen nimmt, kommt man natürlich der wahren Zeit noch näher. Also ohne Aufwand von Geld und mit geringen Beschwerden kann man sich selbst eine Sonnenuhr machen wie die Alten, und auf dem Lande ist das vielleicht interessant und brauchbar.

v. Oettingen: Sie meinen doch wohl nur für 12 Uhr mittags?

Stenbeck: Jawohl. Mit unseren gewöhnlichen guten Uhren ist eine wirkliche Sonnenuhr überflüssig; eine Kontrolle durch die Sonne bei der Meridianpassage über den Uhrstand aber von Nutzen.

Tabelle.

	Faden			1907
	Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3	
I	59′ 45″	0′ 0″	0′ 15″	März 27
II	59′ 45.5	59′ 59″	0′ 16″	„ 29
III	59′ 46,5	59′ 58″	0′ 15.5	„ 30
IV	59′ 45″	59′ 59″	0′ 16″	„ 31
V	59′ 45″	59′ 59,5	0′ 16,5	April 2
VI	59′ 45″	59′ 59,5	0′ 16,5	„ 3
VII	59′ 47″	59′ 59″	0′ 13″	„ 10
VIII	59′ 45″	59′ 59,5	0′ 14,5	Sept. 12
IX	59′ 45″	59′ 59″	0′ 15″	„ 14
X	59′ 44″	0′ 0,5	0′ 15″	„ 16
XI	59′ 45″	59′ 59″	0′ 15,5	„ 19
XII	59′ 45″	0′ 0″	0′ 15″	„ 28

A. H. Bucherer (Bonn), Messungen an Becquerelstrahlen. Die experimentelle Bestätigung der Lorentz-Einsteinschen Theorie. (Mit 1 Tafel.)

In dem Maße, wie die Elektrizitätslehre andere Gebiete der Erscheinungswelt zu ihrem eigenen macht und sich so zur Grundlage der ganzen Physik ausgestaltet, steigert sich das Bedürfnis einer widerspruchsfreien Theorie der eigentlichen elektromagnetischen Erscheinungen. Lange hat es geschienen, als ob das Faraday-Maxwellsche Bild des Äthers als eines Vermittlers der elektromagnetischen Vorgänge eine ausreichende endgültige Grundhypothese hergäbe.

Indem man nun das Ätherbild erkenntnistheoretisch ausbaute, geriet man unversehens in eine dualistische Auffassung von Äther und Materie. Man faßte den Äther als etwas von der Materie getrennt Existierendes auf und sah sich so vor die Frage gestellt, ob der Äther sich mit der Materie bewege oder ob er ruhe. Man erkannte bald, daß die Hypothese des ruhenden Äthers die einfachere sei und Lorentz machte sie zur Grundlage seiner älteren Elektronentheorie. In dieser Theorie tritt der Äther als eine Quasimaterie auf. So muß der Äther in ein dynamisches System mit einbezogen werden, um die Gültigkeit des dritten Newtonschen Axioms aufrecht zu erhalten. An und für sich übt eine sich gleichförmig bewegende Ladung A auf eine ruhende B eine andere Kraft aus, als B auf A. Die große innere Unwahrscheinlichkeit dieser Annahme bereitete der älteren Theorie Schwierigkeiten; noch mehr der innere Widerspruch, der darin besteht, daß durch den Äther, trotzdem er ein unendlich ausgedehntes homogenes Medium darstellt, ein Bezugssystem festgelegt werden soll.

Am verhängnisvollsten war aber der experimentelle Nachweis, daß entgegen der Forderung der Theorie die optischen Erscheinungen keinen Einfluß der jährlichen Bewegung der Erde durch den Äther erkennen lassen. Wenn nun auch vereinzelt diese Theorie mathematisch weiter bearbeitet wurde, so stand doch bei den Physikern unumstößlich fest, daß nur auf dem Prinzip der Relativität der Bewegungen weiter gebaut werden konnte. Es mußte die Forderung gestellt werden, daß bei der gleichförmigen Bewegung zweier Körper A und B relativ zueinander ihre Wechselwirkung davon unabhängig sein sollte, ob A oder B ruhend bzw. als bewegt angenommen wird.

Den Weg zu einer solchen Theorie bahnte Lorentz im Jahre 1904. Er zeigte, daß durch eine geeignete Transformation der Zeit und der Koordinaten in den Maxwellschen Gleichungen der Einfluß gleichförmiger Bewegung auf die Optik des bewegten Systems verschwindet und daß alle bis dahin bekannten Beobachtungen mit den ferneren Konsequenzen dieser neuen Theorie übereinstimmen. Charakteristisch für diese Theorie ist die Deformation, welche die Körper durch ihre Bewegung erleiden. Alle Dimensionen, die in die Bewegungsrichtung fallen, werden im Verhältnis $\sqrt{1-\beta^2}$ verkürzt, wo β das Verhältnis der Körpergeschwindigkeit zur Lichtgeschwindigkeit bedeutet. Von Einstein wurde dann gezeigt, daß man zu genau denselben experimentellen Konsequenzen gelangt, wenn man die von Lorentz eingeführte Ortszeit schlechthin als Zeit definiert und gleichzeitig die Raumkoordinaten in den Maxwellschen Gleichungen so transformiert, daß sie mit dieser Zeitdefinition im Einklang sind. Die Einsteinsche Fassung läßt nun das Relativitätsprinzip klar hervortreten. Während bei der Lorentzschen Fassung noch die Deformation und die Bewegungsenergie eindeutig lokalisiert sind, wird die Lokalisierung bei Einstein relativ. Von Einstein und Planck wurde auf bedeutsame Folgerungen, die aus dem Relativitätsprinzip fließen, hingewiesen. Ich erinnere daran, daß die Bewegungsgleichungen nach einfachen Umformungen die klassische Form der Lagrangeschen Gleichungen annehmen; daß man, vom Prinzip der kleinsten Wirkung ausgehend, zu wichtigen Aufschlüssen über die Entropie und die Temperatur bewegter Körper gelangt. Höchst bemerkenswert ist auch die Erweiterung des Begriffs der mechanischen Masse, welche, von Geschwindigkeit und Energieinhalt abhängig, auch relativen Charakter besitzt, und zwar wird das Gesetz von der Konstanz der Massen nunmehr mit dem Gesetz der Erhaltung der Energie logisch verknüpft. Das Gesetz der Erhaltung des Schwerpunkts wird erweitert, indem es auch auf strahlende Systeme ausgedehnt wird. Denn eine elektromagnetische Strahlung ist mit einer Massenausstrahlung verbunden. Daß diese Theorie auch für die Astronomie von grundlegender Bedeutung sein wird, und durch eine Erweiterung der Newtonschen Gesetze eine besondere Übereinstimmung mit den astronomischen Beobachtungen herbeizuführen bestimmt ist, mag auch erwähnt werden.

Eine eigentümliche Umgestaltung erfährt der Begriff des Äthers. Denn wenn eine rein translatorische Bewegung eines Systems die sich auf ihm abspielenden Erscheinungen nicht beeinflußt, so müssen dem Äther, als dem Vermittler dieser Vorgänge, Eigenschaften zugeschrieben werden, die mit dem bisherigen Ätherbilde unverträglich sind. Die bisherige dualistische Auffassung von Äther und Materie muß einer monistischen weichen.

So zeigt sich das Relativitätsprinzip als ein weitreichendes, als ein überraschend vereinheitlichendes Prinzip.

Dieses Prinzip forderte gebieterisch eine direkte experimentelle Prüfung. — Es war von vornherein klar, daß nur solche Erscheinungen zum Beweise der Gültigkeit der im Wettstreit stehenden Theorien herangezogen werden konnten, bei denen Körper sich mit großer Geschwindigkeit bewegen. Hierzu boten sich Messungen an Becquerelstrahlen dar und Herr W. Kaufmann unterzog sich der schwierigen Aufgabe, dahinzielende Versuche anzustellen. Die Methode Kaufmanns ist allen bekannt, ebenfalls die Tatsache, daß Kaufmann mit Bestimmtheit den Schluß ge-

zogen hat, daß die Relativtheorie durch seine Versuche als widerlegt zu betrachten sei.

Durch dieses Ergebnis war eine Situation von einzigartiger Schwierigkeit geschaffen.

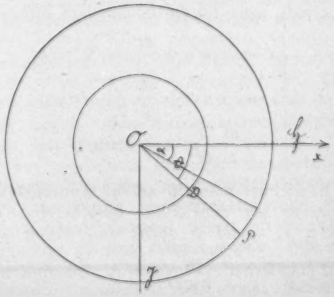
Während nun einige Physiker das Relativitätsprinzip weiter ausbauten in der Erwartung, daß genauere Messungen schließlich doch seine Bestätigung bringen würden, sahen andere, und dazu gehörte auch ich, damals die Kaufmannschen Resultate als entscheidend an. Da alle sonstigen Beobachtungen auf das Bestehen irgendeines noch unbekannten Relativitätsprinzips hinwiesen, so entwickelte ich ein neues Relativitätsprinzip, welches aber nur den Charakter einer Rechenvorschrift beanspruchte. Die Kaufmannschen Messungen waren mit diesem Prinzip vereinbar und es handelte sich, wie ich damals wähnte, nur noch um die Untersuchung der Ablenkung von schief gegen das magnetische Feld fliegenden Elektronen. Hier müßten Unterschiede gegen die Maxwellsche Theorie auftreten.

Eine Klärung der geschilderten Sachlage konnte nur durch neue, mit wesentlich erhöhter Präzision angestellte Versuche bewirkt werden. Ich arbeitete zu diesem Zwecke eine neue Versuchsanordnung aus, die ich bereits in der Physikalischen Zeitschrift[1]) beschrieben habe. Die gewählte Methode gestattet sowohl eine Prüfung meines Relativitätsprinzips, d. h. eine Untersuchung der Ablenkung schief gegen die Feldrichtung fliegender Elektronen, als auch eine Prüfung des Lorentz-Einsteinschen Relativitätsprinzips und der ursprünglichen Maxwellschen Theorie, also derselben Frage, die den Gegenstand der Kaufmannschen Untersuchung gebildet hatte. Man läßt Becquerelstrahlen durch ein Kondensatorfeld fliegen und kompensiert die auf die Elektronen wirkenden elektrischen Kräfte durch Überlagerung eines gleichförmigen Magnetfeldes, welches den Platten des Kondensators parallel ist. Nach dem Austritt aus dem Kondensator wirkt dann das Magnetfeld allein auf die Strahlen. Die abgelenkten Elektronen fallen auf einen photographischen Film, so daß die Ablenkung gemessen werden kann. Da die von dem Magnetfelde herrührende Kraft der Geschwindigkeit der Elektronen proportional ist, so kann die Kompensation nur für eine ganz bestimmte Geschwindigkeit bestehen, und nur Elektronen von dieser Geschwindigkeit können unabgelenkt das Kondensatorfeld durchfliegen und deshalb austreten.

Die Einzelheiten der Versuchsanordnung sind nun folgende: Der Kondensator besteht aus zwei kreisrunden horizontal liegenden Platten, deren Durchmesser ca. 8 cm und deren Abstand voneinander ca. $^1/_4$ mm beträgt. Als Strahlungsquelle wird ein Körnchen Radiumsalz in Form einer Kugel und zwar das Fluorid anstatt des bisher verwandten Bromids zwischen die Platten in den Mittelpunkt des Kondensators gebracht. Da die spez. Konzentration des Radiums im Fluorid mehr als doppelt so groß ist wie im Bromid, so wird die Expositionszeit durch Verwendung des Fluorids ganz wesentlich herabgesetzt, was bei diesen Versuchen von großer Bedeutung ist. Der Kondensator befindet sich in einer zylinderförmigen Dose aus Messing und zwar in halber Höhe vom Boden, so daß seine Flächen genau senkrecht zur Zylinderachse liegen, die durch den Mittelpunkt des Kondensators geht. Die sehr exakt gearbeitete zylinderförmige Dose hat einen inneren Durchmesser von ca. 16 cm und eine innere Höhe von 8 cm. Die Dose kann durch einen aufgeschliffenen Glasdeckel luftdicht verschlossen werden, so daß sie evakuiert werden kann. Die zur Verwendung kommende Luftpumpe war eine Gaedepumpe, die sich vorzüglich bewährte. Durch passende Durchbohrungen werden die Zuleitungen von einer Akkumulatorenbatterie isoliert in das Messinggefäß eingelassen. Der photographische Film wird durch zwei Federn gegen die Innenwand der Dose angepreßt. Letztere läßt sich in das Innere eines Solenoids einschieben, dessen rechteckiger Querschnitt den Dimensionen der Dose angepaßt ist. Das Solenoid ist 103 cm lang und hat zwei Wicklungen von je 103 Windungen. Die mit dem Solenoid erreichbare Feldstärke war rund 140 Gauß.

Der Zweck meiner Anordnung ist leicht zu erkennen. Da die Richtungen der Strahlen nämlich alle möglichen Winkel α mit der Richtung der magnetischen Kraft bilden, so wird die Kraft, die nach der Maxwellschen Theorie auftritt, alle möglichen Werte annehmen. Wird die elektrodynamische Kraft und die elektrische εF kompensiert, so ist

$$\frac{u}{v} = \beta = \frac{F}{vH\sin\alpha}.$$



1) **8**, 430, 1907.

Vermittels dieser Anordnung finden Strahlen einer bestimmten Geschwindigkeit ganz automatisch den Winkel. für den bei gegebenen Feldstärken die Kompensation eintritt und der ihnen gestattet, den Kondensator zu verlassen. Es werden also Elektronen aller Geschwindigkeiten mit ihren entsprechenden Massen auf den Film auftreffen und so eine Kurve erzeugen, welche die Masse als Funktion der Geschwindigkeit zu bestimmen gestattet. Es genügt demgemäß eine einzelne Exposition zur Prüfung der verschiedenen Theorien des Elektrons. Die Bewegungsgleichungen der Elektronen nehmen folgende Form an:

$$\text{I} \quad \begin{cases} \frac{d}{dt}(m\dot{x}) = 0 \\ \frac{d}{dt}(m\dot{y}) = \varepsilon H \dot{z} \\ \frac{d}{dt}(m\dot{z}) = -\varepsilon H \dot{y} \end{cases}$$

Hier bedeuten ε, m die spezifische Ladung und die Masse des Elektrons. Die Richtung der zunehmenden x ist die Richtung des Magnetfeldes $\mathfrak{H}$. Während die X- und Y-Achsen in der Ebene der Kondensatorplatten fallen, steht z senkrecht auf dieser Ebene. Innerhalb des Kondensators bildet die Bewegungsrichtung mit $\mathfrak{H}$ den Winkel α. Infolge der Spiralbewegung im reinen Magnetfeld weicht aber diese Richtung von der ursprünglichen ab, so daß die Auftreffstelle P auf dem Film in der von α etwas abweichenden Richtung Θ liegt. Integriert man die vorstehenden Gleichungen und setzt $\varphi = \frac{\varepsilon}{m} Ht$, dann folgt:

$$\text{II} \quad \begin{cases} \dot{x} = u \cos\alpha \\ \dot{y} = u \sin\alpha \cos\varphi \\ \dot{z} = -u \sin\alpha \sin\varphi . \end{cases}$$

Setzt man ferner $OD = DP = a$ und

$$u = \frac{F}{H \sin\alpha},$$

so erhält man durch nochmalige Integration:

$$\text{III} \quad \begin{cases} x = a\cos\alpha + \frac{m}{\varepsilon}\frac{F}{H^2}\varphi\cot\alpha \\ y = a\sin\alpha + \frac{m}{\varepsilon}\frac{F}{H^2}\sin\varphi \\ z = \frac{m}{\varepsilon}\frac{F}{H^2}(1-\cos\varphi). \end{cases}$$

Bezeichnet man die an der Auftreffstelle des Elektrons auf dem Film bestehenden Werte von x, y, z und φ durch den Index o, und setzt man ferner $\frac{F}{2aH^2} = K$, so findet man:

$$\text{IV} \quad \begin{cases} (1)\ \frac{x_0}{2a} = \cos\Theta = \frac{1}{2}\cos\alpha + K\frac{m}{\varepsilon}\varphi_0\cot\alpha \\ (2)\ \frac{y_0}{2a} = \sin\Theta = \frac{1}{2}\sin\alpha + K\frac{m}{\varepsilon}\sin\varphi_0 \\ (3)\ \frac{z_0}{2a} = K\frac{m}{\varepsilon}(1-\cos\varphi_0). \end{cases}$$

Durch Einsetzen von (3) in (1) und (2) folgt:

$$(1a)\quad \sin\Theta = \frac{1}{2}\sin\alpha + \frac{z_0\sin\varphi_0}{2a(1-\cos\varphi_0)}$$

$$(2a)\quad \cos\Theta = \frac{1}{2}\cos\alpha + \frac{z_0\varphi_0\cot\alpha}{2a(1-\cos\varphi_0)}$$

Aus diesen Gleichungen ergibt sich α und daraus die Geschwindigkeit des in P auftreffenden Strahls.

Da Θ wenig von α abweicht, so verfährt man weiterhin gerade so, als ob das in P auftreffende Elektron sich mit der soeben berechneten Geschwindigkeit auf einer kreisförmigen Bahn in einer durch das Radiumkorn und P gehenden Vertikalebene bewegt hätte.

Nun ist die im Magnetfelde wirkende Kraft:

$$(4)\qquad \frac{mu^2}{r} = \varepsilon H u \sin\alpha .$$

Wie aber eine einfache Rechnung zeigt, ist:

$$(5)\qquad \frac{1}{r} = \frac{a^2}{2z}\left(1+\frac{z^2}{a^2}\right).$$

Beachtet man nun, daß nach Lorentz:

$$(6)\qquad \frac{\varepsilon}{m} = \frac{\varepsilon}{m_0}(1-\beta^2)^{\frac{1}{2}},$$

so liefern die Beziehungen (4), (5) und (6)

$$(7)\qquad \frac{\varepsilon}{m_0} = \frac{2zv}{a^2\left(1+\frac{z^2}{a^2}\right)H\sin\alpha}\tan arc\sin\beta.$$

Während nach Maxwell unter Benutzung der Abrahamschen Formel, und wenn wir $\tan h\,\delta = \beta$ setzen:

$$(8)\ \frac{\varepsilon}{m_0} = \frac{2zv}{a^2\left(1+\frac{z_2}{a^2}\right)H\sin\alpha}\left\{\frac{3}{4\beta}\frac{2\delta-\tan h\,2\delta}{\tan h\,2\delta}\right\}.$$

Offenbar ist nur diejenige Theorie die gültige, für welche $\frac{\varepsilon}{m_0}$ innerhalb der Beobachtungsfehler für beliebige Werte von β eine wirkliche Konstante ist.

Die Versuche.

Ich übergehe an dieser Stelle die Versuche, welche ich zur Prüfung meines Relativitätsprinzips unternommen hatte. Es genüge die

Mitteilung, daß ich durch meine Versuche diese Theorie widerlegt habe.

Es handelt sich deshalb weiterhin nur noch um die Frage: ob Lorentz-Einsteinsche Theorie oder Maxwellsche Theorie.

Bei der Untersuchung dieser Frage ließ ich mich von folgenden Gesichtspunkten leiten:

1. Es war anzustreben, einen möglichst großen Geschwindigkeitsbereich von Strahlen der Untersuchung zu unterziehen, denn nur so kann die gesuchte Geschwindigkeitsfunktion mit Zuverlässigkeit bestimmt werden. Zu schnelle Strahlen waren auszuschließen, weil die prozentischen Fehler bei ihrer geringen Ablenkbarkeit zu groß werden.

2. Da die spezifische Ladung bei sehr geringen Geschwindigkeiten für die zur Entscheidung stehenden Theorien denselben Wert annimmt, so waren zum Zweck der Bestimmung von $\frac{\varepsilon}{m_0}$ u. a. auch möglichst langsame Strahlen zu untersuchen.

Es ist mir in der Tat gelungen, Strahlen von $^1/_3$ Lichtgeschwindigkeit zur Ablenkung und radiographischen Fixierung zu bringen. Es ist dies auch deshalb von besonderer Wichtigkeit, weil damit die Untersuchung auf ein einziges Gebiet beschränkt bleibt. Ein Zurückgreifen auf Vergleiche mit Kathodenstrahlwerten wird vermieden. Die bisherigen Kathodenstrahlmessungen sind nämlich mit Ausnahme der Bestelmeyerschen meines Erachtens unter schwer kontrollierbaren Umständen gemacht, indem bei der Berechnung der Geschwindigkeit eine Energiegleichung verwandt wird, die wohl kaum den komplizierten Energieänderungen in der Nähe der Kathode gerecht wird. Die Vorgänge, die sich an der Kathode abspielen, sind noch zu wenig aufgeklärt, um den Berechnungen als Grundlage dienen zu können. Daß auch der Zeemaneffekt bei dem heutigen Stande der Forschung keinen Aufschluß über die spezifische Ladung des Elektrons geben kann, geht aus den abweichenden Werten hervor, welche sich aus der Untersuchung der Spektren verschiedener Metalle bei starken und schwachen Feldern ergeben haben.

3. Ein Haupterfordernis war die Genauigkeit der Messung der Apparatkonstanten. Ich glaube in dieser Hinsicht so weit gegangen zu sein, als es die gegenwärtige physikalische Technik nur gestattet. Die Apparate wurden mit großem Geschick und Verständnis von der bekannten Firma M. Wolz in Bonn angefertigt. Ich gebe in der Folge einen kurzen Überblick über die wichtigsten Hilfsmessungen.

I. Das elektrische Feld.

Das elektrische Feld des Kondensators ergab sich aus der Messung der Potentialdifferenz einer Akkumulatorenbatterie von 320 Elementen und der Dicke der Quarzplättchen, die den Abstand der Kondensatorplatten bestimmen. Nach jeder Messung wurde die Potentialdifferenz nach der Kompensationsmethode gemessen. Die Dickenmessung beruht auf folgender Anordnung: Der Wagebalken einer feinen Wage wurde als Hebel benutzt, dessen Drehachse die Schneide war; das andere Ende des Hebels ruhte auf einer optisch ebenen Platte. Auf dem Wagebalken war ein vertikal stehender Spiegel befestigt, in dem sich ein feiner Platindraht spiegelte. Ein feines Wolzsches Kathetometer wurde auf das Bild eingestellt, schob man dann das zu messende Quarzplättchen zwischen Hebel und optische Platte, so verschob sich das Spiegelbild. Das Kathetometer wurde wieder eingestellt und abgelesen. Eine leichte Rechnung ergab dann die Dicke der Plättchen zu 0,25075 mm.

II. Das Magnetfeld.

Das Solenoidfeld wurde in der Weise gemessen, daß seine magnetische Wirkung auf eine im Innern an einem Quarzfaden aufgehängte Magnetnadel durch eine genau ausmeßbare, auf Marmor gewickelte Spule kompensiert wurde, welche über das Solenoid geschoben war. Es ergab sich als durchschnittliche Feldstärke $H = 23{,}24\,\mathfrak{d}$, während im Mittelpunkt des Solenoids $H = 23{,}19\,\mathfrak{d}$ war, wo $\mathfrak{d}$ in Ampere gemessen ist. Der Strom wurde von der städtischen Zentrale geliefert und vermittels eines Siemensschen Präzisionsamperemeter und eines Konstantanwiderstandes beständig reguliert. Die Konstanz war im allgemeinen so gut, daß man sicher sein konnte, daß der Solenoidstrom und damit das Magnetfeld auf ein Promille konstant blieb.

Die Resultate.

Jede einzelne der erhaltenen Kurven gestattet die spezifische Ladung des Elektrons als Funktion der Geschwindigkeit zu bestimmen und damit die Frage nach dem gesuchten Naturgesetz zu entscheiden. Für den Zweck dieses Vortrags habe ich es aber vorgezogen, von einer Reihe von Kurven die Maxima Z_m der Ablenkung, welche mittels eines Kathetometers abgelesen wurden, der Berechnung zu unterziehen. Man erhält so Ergebnisse, die unter mannigfaltigen Versuchsbedingungen erzielt wurden. Man vermeidet die bereits angegebenen, etwas komplizierten Berechnungen, deren Erörterung an dieser Stelle zu weit führen würde. Ich habe in der folgenden Tabelle die Resultate zusammengestellt. Bezüglich der ersten Reihe ist

noch zu bemerken, daß die kleine Abweichung des Wertes von $\frac{\varepsilon}{m_0}$ wohl auf die Schwierigkeit der Stromregulierung zurückzuführen ist, die bei so langsamen Strahlen erforderlich wird. Ein Blick auf die beiden letzten Spalten beweist, daß die Entscheidung zugunsten der Lorentz-Einsteinschen Theorie fällt.

Nummer des Versuches	β_m	H in Gauß	Z_m in mm	$\frac{\varepsilon}{m_0} \times 10^{-7}$ nach Lorentz	$\frac{\varepsilon}{m_0} \times 10^{-7}$ nach Maxwell
10u. 11	0,3178	104,54	16,37	**1,695**	**1,676**
8	0,3792	115,76	14,45	**1,706**	**1,678**
7	0,4286	127,35	13,5	**1,706**	**1,670**
13	0,5160	127,54	10,18	**1,704**	**1,648**
3	0,6879	127,54	6,23	**1,705**	**1,578**

Es erübrigt noch, auf die Möglichkeit der Anbringung einer gewissen Korrektur an den Werten der Ablenkungen zurückzukommen. Meine Berechnungen beziehen sich auf die Ablenkungen, welche die innerhalb des Kondensators kompensierten Strahlen im reinen Magnetfelde erfahren. Es treten aber außer diesen normalen Strahlen noch anormale auf, nämlich Strahlen, welche innerhalb des Kondensators keine vollständige Kompensation der wirkenden Kräfte erfahren haben und deshalb den Kondensator auf gekrümmter Bahn durchfliegen. Sie machen die radiographische Kurve etwas weniger scharf und verschieben unter Umständen etwas die Schwerpunktslinie der Kurven. Ich habe die Ablenkung dieser extremen Strahlen berechnet und mich davon überzeugt, daß sie die Resultate nicht merklich beeinflussen.

Zum Schluß möchte ich noch kurz zu der augenfälligen Konstanz der Werte von $\frac{\varepsilon}{m_0}$ bemerken, daß es ein Vorzug der von mir verwandten Methode ist, daß, wie eine Berechnung zeigt, kleine Fehler in der Bestimmung der elektrischen Feldstärke nur in geringem Maße diese Konstanz beeinflussen, vorausgesetzt, daß diese kleinen Fehler bei allen Versuchen gleichmäßig gemacht worden sind. Wenn also der Wert von $\frac{\varepsilon}{m_0} = 1{,}705 \times 10^7$ einen möglichen Fehler enthält, so wird dadurch das wesentliche Ergebnis meiner Untersuchung nicht geändert. Dieses Ergebnis ist die Bestätigung des Relativitätsprinzips.

Nachtrag.

Wie eine erst nachträglich angestellte, auf einen wohlgelungenen Versuch sich stützende Berechnung zeigt, ist die Wirkung eines Schutzringes um den Kondensator nicht ohne Einfluß, wie ich anfangs glaubte und auch äußerte. Theoretisch ist die Randwirkung grade so, als ob der Radius des Kondensators um einen kleinen Betrag — hier 0,31 mm — vergrößert würde. Bringt man diese Korrektur an, so wird $\frac{\varepsilon}{m_0} \times 10^{-7}$ nach Lorentz für die Versuche No. 8, 7, 13, 3, bezw. **1,730; 1,730; 1,729; 1,730.**

(Eingegangen 23. September 1908.)

Diskussion.

Bestelmeyer: Ich möchte den Vortragenden um die Angabe der Dimensionen bitten. Wie groß war der Abstand der Platten (Vortragender: $^1/_4$ mm). Wie groß war der Durchmesser des inneren Kondensators? (Vortragender: 40 mm). Wie war die Länge des Weges zwischen den Platten? (4 cm) und außerhalb der Platten? (4 cm) und wie groß war die Ablenkung des Strahles? (16 mm bis herunter zu 6,23 mm). Ich möchte da auf eine Schwierigkeit bei den Messungen hinweisen. Geradlinig bewegen sich zwischen den Kondensatorplatten Elektronen, für welche die elektrische und magnetische Kraft gleich ist. Es gehen aber außer diesen geradlinig im Kondensator verlaufenden Strahlen auch solche durch, die eine erheblich größere und eine erheblich kleinere Geschwindigkeit haben. Für die Dimensionen, welche sie hier eben angaben, sind das meiner Schätzung nach etwa ± 10 Proz., welche mit einer anderen Geschwindigkeit durchgehen, und wenn man nun aus der Ablenkung den Wert von e/m bestimmt, so ist es nicht sicher, ob er diesen Strahlen der mittleren Geschwindigkeit zugehört oder denen, die eine 10 Proz. größere oder kleinere Geschwindigkeit haben. Man muß deshalb wissen, wie die Strahlenverteilung ursprünglich war. Wenn sie sämtlich in gleicher Menge vorhanden sind, dann kann man annehmen, daß die Ablenkung auch der mittleren Geschwindigkeit entspricht.

Bucherer: Ich habe mir Mühe gegeben, diesen Fehler streng mathematisch zu untersuchen. Ich habe zu diesem Zweck eine transzendente Gleichung gelöst und daraus die Geschwindigkeiten und den Krümmungsradius gemessen. Es ergibt sich, daß diese Strahlen gar nicht in Betracht kommen. Bei der Bestelmeyerschen Methode ist es anders. Da ist der Spalt größer. Wenn Sie das Bild ansehen, so werden Sie sehen, daß die Extrastrahlen gar keine Rolle spielen. Das Bild kann nur von den zentralen Strahlen herrühren, die normal durchgehen, daß heißt, die keine Krümmung haben. Ich will hier einige Zahlen anschreiben, welche diesen Punkt berücksichtigen;

und zwar entspricht das z, also die Ablenkung, welche die Extrastrahlen erfahren, folgenden Geschwindigkeiten:

$\beta_m = 0{,}516$; $z_m = 10{,}18$ mm
$\beta = 0{,}47$; $z = 0{,}971$ cm
$\beta = 0{,}588$; $z = 0{,}954$ cm

Für die geradlinig durchgehenden Strahlen, die Normalstrahlen, ist $z_m = 10{,}18$ mm, und schließlich für die schnelleren Strahlen, da ist die Ablenkung 0,954 cm. Sie sehen, die Ablenkung dieser Strahlen liegt so in der Nähe der Normalstrahlen, daß dadurch höchstens eine kleine Verbreiterung eintreten kann. Der Abstand der Kondensatorplatten ist $^1/_4$ mm, das liefert höchstens eine Breite bis zu $^3/_4$ mm; tatsächlich ist die Kurve nicht breiter. Dies beweist klar, daß die Extrastrahlen keine Rolle spielen.

Wien: Ich möchte den Vortragenden fragen, ob er vielleicht Anhaltspunkte dafür hat, weshalb die Versuche von Kaufmann zu Ergebnissen geführt haben, die von den seinigen verschieden sind.

Bucherer: Ich möchte an keine Kritik der Kaufmannschen Versuche gehen, ohne ausdrücklich zu bestätigen, daß ich die Pionierarbeit von Kaufmann in hohem Maße anerkenne. Wenn ich nun zu der Kritik der Kaufmannschen Versuche übergehe, so möchte ich zunächst auf die Schwierigkeit bei der Messung einer so kleinen Kurve hinweisen.

Die Geschwindigkeiten, die in Betracht kommen, sind 0,8 bis 0,56 der Lichtgeschwindigkeit. Die unteren Werte der Ablenkungen habe ich nicht in Betracht gezogen, da sind die prozentischen Fehler zu groß. In dem Bereich, der für Kaufmann in Frage kam, ist die Kurve auch schon sehr klein. Ich habe die Kurve genau betrachtet und bei einem Teil eine Asymmetrie von 5 Proz. entdeckt, also so viel, wie der Unterschied der Theorien in diesem Geschwindigkeitsbereich beträgt. Ich habe Kaufmann darauf aufmerksam gemacht, er hat nachgemessen und tatsächlich die Abweichung von 5 Proz. gefunden. Ein anderer Punkt ist folgender: Ich habe den Widerstand des Kondensators gemessen; Kaufmann nimmt ihn unendlich groß an.

Wenn der Widerstand des Kondensators nicht verschwindet, kommt dadurch ein Fehler hinein, den ich bei Kaufmann auf 1 Proz. schätze. Ich habe folgende Verhältnisse selbst gefunden (es folgt eine Zeichnung, in welcher Kondensator, Widerstände, Batterie schematisch angedeutet werden). Wenn der eingeschaltete Widerstand nicht gegen den des Kondensators verschwindet, so ist selbstverständlich nicht die Potentialdifferenz der Batterie maßgebend. Allein dieser Fehler macht bei meinen Versuchen 0,06 Proz. aus. (Es werden wieder Zahlen angegeben.) Sie sehen, Sie bekommen da schon merkliche Wirkungen. Bei Kaufmann betrugen diese Widerstände schon mehrere Megohm. Also die Spannungsmessungen von Kaufmann sind meines Erachtens ungültig. Ein anderer Fehler wäre vielleicht dieser: Bei so genauen Messungen, wie sie hier in Frage kommen, dürfen die Platten des Kondensators nicht so zusammengedrückt werden, daß der Druck hier in der Mitte stattfindet, sondern der Druck darf nur auf die Quarzplättchen ausgeübt werden, sonst werden die Platten sich leicht verbiegen. Wenn man Interferenzerscheinungen studiert, sieht man, daß beim Pressen von der Mitte wohl ein Dutzend Ringe austreten. Dann ist weiter die Schwierigkeit des Magnetfeldes zu erwähnen. Kaufmann hat einen permanenten Magneten von 145 Gauß benutzt; er hatte eine Armatur, die wurde abgenommen und dann ändert sich vielleicht der Magnetismus mit der Zeit. Auch da kommt vielleicht eine Fehlerquelle hinein.

Bestelmeyer: Ich glaube nicht, daß die Frage nach den von mir erwähnten Fehlerquellen hier entschieden werden kann. Ich möchte deshalb nur sagen, daß ich noch nicht überzeugt bin, daß die erwähnten Fehlerquellen hier tatsächlich nicht in Betracht kommen. Es handelt sich hier doch um sehr genaue Messungen. Wenn man die kleineren Dimensionen des Apparates berücksichtigt, so zeigen die Kurven ungefähr dieselbe Schärfe, wie bei meinen Versuchen. Für die schnelleren Strahlen ist die Geschwindigkeitsfunktion nach der Lorentzschen Theorie ungefähr 1,24, nach der Abrahamschen 1,19. Den größeren Geschwindigkeiten entsprechen die kleineren Werte der Ablenkung. Die kleineren Geschwindigkeiten entsprechen den großen Ablenkungen. Selbst bei den großen Geschwindigkeiten kommt demnach der Unterschied zwischen der Lorentzschen und der Abrahamschen Theorie bei der Messung auf nur wenige Zehntelmillimeter hinaus, um so viel aber glaube ich, können diese Messungen eventuell ungenau sein. Doch will ich das jetzt hier ohne eine genauere Prüfung des Zahlenmaterials nicht definitiv behaupten.

Bucherer: Ich erwidere darauf: Die Werte von z sind hier so, daß man ohne weiteres annehmen kann, daß die Extrastrahlen keine Wirkung haben. Nehmen Sie ein optisches Analogon. Denken Sie, die Kondensatorplatten seien berußt, so werden die Extrastrahlen nur in geringer Zahl durch den Kondensator durchgehen (Zeichnung) und zur Ablenkung kommen. Sie können keinen Einfluß ausüben, das ist ganz ausgeschlossen. Dieser Einfluß liegt hier

nur bei den Strahlen mit Geschwindigkeiten zwischen der Lichtgeschwindigkeit und 0,95. Dies Bündel hat Herr Bestelmeyer überhaupt übersehen. Ich habe auch darüber Messungen angestellt. Deshalb habe ich bei den Resultaten, die ich hier dargestellt habe, nur die Maxima der Kurven genommen, um eben diesen Punkt zu vermeiden, und bei diesen Maximi ist der Einfluß verschwindend.

Minkowski (Göttingen): Ich will meiner Freude darüber Ausdruck geben, die experimentellen Ergebnisse zugunsten der Lorentzschen Theorie gegenüber der des starren Elektrons sprechen zu sehen. Daß dem eines Tages so sein würde, konnte vom theoretischen Standpunkte aus gar nicht zweifelhaft sein. Das starre Elektron ist meiner Ansicht nach ein Monstrum in Gesellschaft der Maxwellschen Gleichungen, deren innerste Harmonie das Relativitätsprinzip ist. Wenn man mit der Idee des starren Elektrons an die Maxwellschen Gleichungen herangeht, so kommt mir das geradeso vor, wie wenn man in ein Konzert hineingeht und man hat sich die Ohren mit Wattepfropfen verstopft. Man muß auf das höchste den Mut und die Kraft der Schule des starren Elektrons bewundern, die mit fabelhaftem Ansatz über die breitesten mathematischen Hürden hinwegspringt in der Hoffnung, drüben auf experimentellem physikalischem Boden zu Fall zu kommen. Aber das starre Elektron ist keine Arbeitshypothese, sondern ein Arbeitshindernis.

Bucherer: Die Situation wird meist falsch dargestellt. Es handelt sich nicht eigentlich um eine Entscheidung zwischen der Maxwellschen und der Lorentzschen Theorie, tatsächlich ist die Maxwellsche Theorie schon längst überwunden durch die Versuche von Michelson und Morley, sowie Trouton und Noble.

Minkowski: Nicht die Maxwellsche und die Lorentzsche Theorie sind die eigentlichen Gegensätze, sondern das starre und das unstarre, das Zeppelinsche und das Parsevalsche Elektron. Historisch will ich noch hinzufügen, daß die Transformationen, die bei dem Relativitätsprinzip die Hauptrolle spielen, zuerst mathematisch von Voigt im Jahre 1887 behandelt sind. Voigt hat damals bereits mit ihrer Hilfe Folgerungen in bezug auf das Dopplersche Prinzip gezogen.

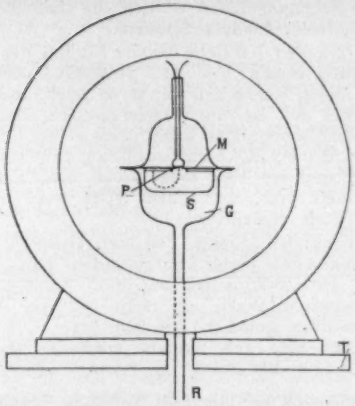
Voigt: Herr Minkowski erinnert an eine alte Arbeit von mir. Es handelt sich dabei um Anwendungen des Dopplerschen Prinzips, die in speziellen Teilen auftreten, aber nicht auf Grund der elektromagnetischen, sondern auf Grund der elastischen Theorie des Lichtes. Indessen haben sich damals bereits einige derselben Folgerungen ergeben, die später aus der elektromagnetischen Theorie gewonnen sind.

J. Classen (Hamburg), Eine Neubestimmung von $\frac{\varepsilon}{\mu}$ für Kathodenstrahlen.

Die vorliegende Neubestimmung des Wertes von $\frac{\varepsilon}{\mu}$ für Kathodenstrahlen benützt einerseits die magnetische Ablenkbarkeit der Kathodenstrahlen, andrerseits das Potentialgefälle, durch welches die Elektronen ihre Geschwindigkeit erhalten. Um ein möglichst homogenes, genau bekanntes Magnetfeld zu erhalten, waren zwei Spulen gewickelt, jede von 28 cm mittlerem Radius mit gegen 900 Windungen, die in 30 Lagen übereinander lagen. Die beiden Spulen waren in Helmholtzscher Anordnung im Abstande ihres Radius voneinander aufgestellt und erzeugten bei 1 Ampere ein Feld von 28,33 Gauß, das in einer Ausdehnung von 5 cm radial, und 4 cm axial von der Mitte aus gerechnet bis auf 1 Promille konstant war.

Um dieses Feld zur Ablenkung von Kathodenstrahlen benutzen zu können, mußten diese selbst erzeugt werden an einer Stelle inmitten des homogenen Teiles des Feldes. Ferner war es wünschenswert, daß die Kathodenstrahlen auf einer möglichst kurzen Strecke ihre volle Geschwindigkeit erreichten, damit der Teil ihrer Bahn, der noch nicht die genaue Kreisform hat, möglichst klein war gegenüber der ganzen der Messung zugänglichen Bahn. Die Anordnung, die nach verschiedenen Vorversuchen aus dieser Überlegung schließlich hervorging, war folgende. Einer Wehneltkathode mit sehr kleinem Oxydfleck stand in etwa 1 mm Abstand ein ausgedehntes Platinblech als Anode gegenüber, das gerade vor dem Oxydfleck eine 1 mm große Öffnung hatte. Wurde die Kathode im Vakuum zum Glühen gebracht und etwa 1000 Volt Potentialdifferenz angelegt, so trat ein scharf ausgebildeter Kathodenstrahl durch die Öffnung in der Anode hindurch. Befand sich das Ganze in dem homogenen Teil des Magnetfeldes, so wurde dann der Kathodenstrahl beim Erregen eines Feldes von 56 Gauß hinter der Anode, aus der er senkrecht heraustrat, zu einem vollen Halbkreis von etwa 37 cm Durchmesser herumgebogen. Lag auf der Rückseite der Anode eine photographische Platte, so erzeugte der Kathodenstrahl auf dieser beim Einschalten des Feldes einmal in der einen Richtung, dann in der anderen zwei Spuren, deren Abstand den vierfachen Krümmungsradius der Bahn des Kathodenstrahls genau wiedergab.

Die Versuchsanordnung selbst ist in nebenstehender Skizze gezeichnet. Das Magnetfeld selbst steht auf einer Tischplatte T, die in der Mitte eine Durchbohrung hat; ein in die Durchbohrung eingesetztes Rohr dient als Führung, um welche als Achse das Magnetfeld herumgedreht werden kann, so daß es in jede Orien-



tierung zum Erdfelde gebracht werden kann. Durch die Durchbohrung des Tisches geht das Glasrohr R, das unten mit einer Gaedepumpe verbunden ist; oben trägt es den Vakuumapparat, in dem die Kathodenstrahlen beobachtet werden. Dieser besteht aus der Glocke G, auf dieser ist der Metallteller M aufgekittet, der die Anode mit der kleinen Öffnung bildet. Auf dem Teller ist die obere Glocke aufgekittet, in die von oben durch zwei Zuleitungsdrähte die Wehneltkathode eingeführt ist. Eine ringförmige photographische Platte P wurde von unten her gegen die Platte M gelegt und mit der Metallschachtel S überdeckt. Die Kathodenstrahlen nahmen dann innerhalb dieser Schachtel den Verlauf der punktierten Linien.

Der Verlauf einer Messung war folgender: Nach Einlegen der photographischen Platte wurde unter Glühen der Oxydkathode möglichst hohes Vakuum hergestellt, das Magnetfeld erregt und dann das Potential von 1000 Volt angelegt, 2 Sekunden exponiert und das Magnetfeld umgeschaltet, wieder 2 Sekunden exponiert und das Potential abgeschaltet. Dann wurde das Magnetfeld um 60° um die Vertikalachse gedreht, wobei der ganze Vakuumapparat unberührt blieb, und die Aufnahme wiederholt. In gleicher Weise wurden auf jeder Platte 6 Aufnahmen gemacht. Als Quelle der Spannung diente eine Hochspannungsbatterie. Die Spannung wurde gemessen durch eine Kompensationseinrichtung, in welcher durch ein Westonnormalelement ein Strom von genau 0,01 Amp. hergestellt wurde. Bei 1000 Volt wurde daher ein Widerstand von 100000 Ohm, bei 4000 Volt vier solche Widerstände als Maß gebraucht. Die Ströme im Magnetfeld wurden gemessen, indem bei der Feldstärke von 56 Gauß die Spannung von 2 Westonelementen an den Enden eines Normal-Ohm hergestellt wurde. Bei dem doppelten Felde wurde die Spannung der gleichen Westonelemente an zwei parallel geschalteten Normal-Ohm hergestellt. Die Ausmessung der Platte geschah mit einem Komparator von Zeiß.

Die Theorie der Versuche ist folgende:

Ist V die angelegte Potentialdifferenz, v die Geschwindigkeit des Elektrons, H die magnetische Feldstärke, r der Krümmungsradius der Bahn, so haben wir die beiden Gleichungen:

$$\varepsilon V = \frac{1}{2}\mu v^2 \quad \text{und} \quad \varepsilon v H = \mu \frac{v^2}{r}$$

aus denen sich leicht ergibt:

$$\frac{\varepsilon}{\mu} = \frac{2V}{r^2 H^2}.$$

Auf diese Weise wurde für 1000 Volt als Mittel aus 17 Messungen der Wert gefunden $\frac{\varepsilon}{\mu} = 1{,}774$, wobei die größte Abweichung einer Messung von diesem Mittelwert nur 4 Einheiten der letzten Stelle betrug.

Zeigten diese Messungen recht gut untereinander übereinstimmende Werte, so blieb jedoch noch die Möglichkeit eines systematischen Fehlers zu erörtern. Bei der Versuchsanordnung wird angenommen, daß das ganze Potentialgefälle voll zur Erzeugung der Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen zur Geltung kommt, während doch die Möglichkeit eines Potentialsprunges an der Kathode infolge von Arbeitsleistung beim Austritt der Elektronen aus der glühenden Fläche nicht ausgeschlossen ist. Wenn dies der Fall ist, so durfte nicht das volle Potentialgefälle in Rechnung gesetzt werden; die gefundene Zahl wäre also zu groß.

Um eine Vorstellung von der Größe des hierdurch bewirkten Fehlers zu erlangen, wurde ermittelt, mit wie geringen Spannungen schon ein Elektronenstrom erzeugt werden konnte. Es zeigte sich, daß bei geringerem Glühen bei 3—4 Volt, bei stärkerem Glühen schon bei 1 Volt ein Elektronenstrom zweifellos nachweisbar war. Demnach war es nicht wahrscheinlich, daß ein etwa störender Potentialsprung größer als 1—3 Volt sein könnte, was einem Fehler im Endresultate von höchstens 3 Promille entsprechen würde.

Zur weiteren Bestätigung wurden auf der gleichen Platte Aufnahmen gemacht erst mit 4000 Volt und der doppelten Stromstärke im Felde und dann mit 1000 Volt und der einfachen Stromstärke. Durch Ausmessung einer solchen Platte erhält man nach obiger Formel direkt das Verhältnis:

$$\frac{\mu_{4000}}{\mu_{1000}} = \frac{V_{1000}\, r_{4000}^2\, H_{4000}^2}{V_{4000}\, r_{1000}^2\, H_{1000}^2}.$$

Hierbei ist die Messung des Verhältnisses der Spannungen und der Feldstärken lediglich

zurückgeführt auf Vergleichung von Normalwiderständen, also mit außerordentlicher Genauigkeit erreichbar. Die Messung von $r_{4000}:r_{1000}$ ist ebenfalls, weil auf derselben Platte geschehend, von allen störenden Unsicherheiten vollständig frei. Auf diese Weise wurden für $\frac{\mu_{4000}}{\mu_{1000}}$ die Werte 1,008, 1,010, 1,006, 1,004 erhalten. Die Theorie von Lorentz verlangt 1,006. Die beobachteten Zahlen weichen untereinander und im Mittel von der theoretisch erwarteten mehr ab, als die Versuchsgenauigkeit zulassen sollte. Hieraus ist zu schließen, daß in der Tat in den Messungen noch eine Fehlerquelle liegt, die die vierte Ziffer des Resultats um 2—3 Einheiten unsicher macht. Bestände ein konstanter Potentialsprung an der Kathode von 3 Volt, so würden in der Formel für $\mu_{4000}:\mu_{1000}$ beide V um 3 zu verkleinern sein, also wäre das Endresultat um $2—3\,^0/_{00}$ zu verkleinern. Die für $\mu_{4000}:\mu_{1000}$ gefundenen Zahlen deuten darauf hin, daß Potentialsprünge von dieser Größenordnung vorkommen können, aber nicht gleichmäßig vorhanden sind.

Schließlich wurde noch unmittelbar vor die glühende Kathode in etwa 0,2 mm Abstand ein starkes Platinblech gebracht, das an ein Ende des glühenden Bleches angeschlossen war und gerade vor dem Oxydfleck ein kleines Loch von nur 0,3 mm Durchmesser hatte. Wenn bei dieser Anordnung überhaupt Elektronen aus dem Oxydfleck heraustraten, so konnten sie nur durch das zwischen Oxydfleck und vorgelagertem Blech bestehende Potentialgefälle von höchstens 1 Volt (je nach dem Glühgrad) herausgetrieben sein. Gerieten diese Elektronen durch die kleine Öffnung, so erhielten sie nun durch das volle Potentialgefälle von 1000 bzw. 4000 Volt ihre große Geschwindigkeit. In diesem Falle war also nicht mit einem Potentialsprung zu rechnen, sondern im Gegenteil die Elektronen konnten schon eine Anfangsgeschwindigkeit haben; die erhaltenen Zahlen müßten dann zu klein ausfallen. Auf diese Weise wurde gefunden für

$$\frac{\varepsilon}{\mu} = 1{,}7728 \quad \text{und} \quad \frac{\mu_{4000}}{\mu_{1000}} = 1{,}004\,.$$

Die nahe Übereinstimmung dieser Zahl für $\frac{\varepsilon}{\mu}$ mit der vorher gefundenen läßt wohl jetzt den Schluß zu, daß die Zahl $1{,}773 \times 10^7$ für 1000 Volt um nicht mehr als 2 Einheiten der letzten Ziffer unsicher sein wird.

(Eingegangen 23. September 1908.)

Diskussion.

Seitz: War das Vakuum in der Röhre sehr hoch? Bei den relativ langsamen Strahlen könnte durch verdünntes Gas eine ziemliche Verminderung der Geschwindigkeit der Teilchen eintreten. Dann würden die Bahnen nicht Kreise sein, sondern Spiralen.

Classen: Ich habe keinen Einfluß des verschieden hohen Vakuums feststellen können. Bei einigen Versuchen war es so hoch, namentlich bei den letzten entscheidenden, daß ich die Kathodenstrahlen kaum noch sehen konnte. Jeder, der mit Kathodenstrahlen gearbeitet hat, weiß, daß sie sehr lange noch blau sichtbar sind und erst, wenn man sehr weit pumpt, werden sie unsichtbar.

Stark: Es scheint, daß hier dieser Einfluß des Vakuums nicht stattgefunden hat, denn dann wäre, verglichen mit dem Kaufmann-Simonschen Wert, ein noch größerer Wert zu erwarten gewesen, als ihn Herr Classen gefunden hat. Ich möchte folgendes fragen: Kaufmann hat doch im Prinzip den Wert $\frac{e}{m}$ auch nach der gleichen Methode bestimmt, Messung der magnetischen Ablenkung und des Kathodenfalles, und Kaufmann hat einen größeren Wert erhalten, den Wert 1,87. Können Sie einen Grund für diese Differenz in den Resultaten angeben?

Classen: S. Simon erzeugt die Kathodenstrahlen nicht in der Mitte des Feldes, sondern läßt die Kathodenstrahlen von außen hereintreten; dabei müssen sie eine Blende passieren an der Stelle, wo die Wirkung des äußeren Feldes der Spule gerade aufgehoben ist. Wenn diese Stelle nicht genau gefunden ist, so kommt dadurch leicht ein nicht unbedeutender Fehler hinein.

Stark: Bei Kaufmann und S. Simon legen die Kathodenstrahlen, ehe sie die Geschwindigkeit annehmen, die dem ganzen Kathodenfall entsprechen, einen ziemlich langen Weg (mehrere Zentimeter) zurück. Hierbei können sie bei kleiner Geschwindigkeit in ihrer Richtung auch von einem sehr schwachen Magnetfeld merkbar beeinflußt werden. Bei Ihrer Anordnung dagegen ist der Weg, auf welchem ein Anwachsen der Geschwindigkeit statt hat, außerordentlich kurz. Daher dürfte bei Ihrer Anordnung jene Fehlerquelle kleiner sein.

Bestelmeyer: Es ist hier die Frage nach der Fehlerquelle der S. Simonschen Versuche aufgeworfen und deshalb möchte ich darauf hinweisen, daß der Beweis, der von S. Simon dafür gegeben wird, daß die erwähnte Fehlerquelle wegfällt, wenn man das Diaphragma in einen gewissen Punkt bringt, nicht stichhaltig ist. Der Beweis bezieht sich darauf, daß die magnetischen Kräfte den Strahl erst nach der einen, dann nach der anderen Seite ablenken, so daß bei der bestimmten Stellung ein Strahl unter dem Einfluß des Magnetfeldes das Dia-

phragma parallel zu der Richtung durchsetzt, in der er die Kathode verlassen hat. Es findet aber eine Parallelverschiebung statt und da nun die Kathodenstrahlen etwas auseinander gehen, die Kathode etwas divergierend verlassen, so trifft bei Umkehrung des Feldes ein anderer Strahl das Diaphragma, der auch bei dem Durchschreiten des Diaphragmas eine etwas andere Richtung hat, nicht wie es bei S. Simon angenommen wird, derselbe Strahl in derselben Richtung.

Marx: Wenn man diese Platte ansieht, so sieht man konzentrische Kreisstücke von verschiedener Intensität und Länge, so daß es aussieht, als ob die Aufnahme mit gedämpften Schwingungen gemacht sei. Darf ich fragen, wie das kommt?

Classen: Sie haben wohl die Platte 18 (Marx: Ja), auf dieser sind fünf verschiedene Aufnahmen gemacht mit verschieden starkem Glühen des Oxydfleckes. Die langen Striche rühren von dem stärker glühenden Blech her. Ich habe das gemacht, um zu sehen, ob das verschiedene Glühen einen Einfluß auf das Resultat hat. Ein solcher hat sich nicht gezeigt.

Jentzsch: Daraus, daß der durch das Gas gehende Strom erst bei ca. 2 Volt eingesetzt hat, kann man nicht folgern, daß diese Spannung der Austrittsarbeit der Elektronen entspricht. Durch den Heizstrom entsteht vielmehr auf der Oxydkathode selbst ein Spannungsabfall, der sich zum angelegten Feld je nach der Stromrichtung addiert oder subtrahiert und es allein bewirkt, daß das Einsetzen des Gasstromes von + bis −2 Volt variieren kann.

Die Antrittsarbeit, die aber für die vorliegende Frage wohl gar nicht in Betracht kommt, kann man aus der Abhängigkeit des Stromes von der Temperatur berechnen. Dabei ergibt sie sich zu ca. 3—4 Volt.

Classen: Ich habe den Strom natürlich in der Richtung durchgeschickt, daß am Oxydfleck ein größeres negatives Potential war als am vorgelegten Platinblech, damit ich die Elektronen herausbekomme.

Wenn ich ein entgegengesetztes Gefälle in der Platinfolie mit dem Oxydfleck hatte, konnte ich niemals einen Kathodenstrahl hier heraus bekommen.

W. Wien (Würzburg), Über positive Strahlen.

Vor einem halben Jahre habe ich in den Sitzungsberichten der Münchner Akademie über Versuche berichtet, aus denen hervorging, daß die positiven Strahlen bei der Gasentladung, die sogenannten Kanalstrahlen, sich in einem Gleichgewichtszustande befinden, bei welchem die in Bewegung befindlichen Atome ihre Ladung kürzere oder längere Zeit behalten und wieder abgeben. Dieser Gleichgewichtszustand scheint sich, wenn er durch äußere Einwirkungen gestört wird, von selbst wieder herzustellen. Ich möchte nun von weiteren Versuchen über diese eigentümlichen Verhältnisse berichten, dabei aber besonders hervorheben, daß noch eine große Anzahl von Fragen unbeantwortet bleiben. Es werden noch sehr viele und mannigfaltige Versuche nötig sein, um diese offenbar sehr verwickelten Vorgänge auch nur einigermaßen vollständig zu klären.

Meine Versuche gingen zunächst in der Richtung, ob die ebenerwähnten Experimente dieselben Ergebnisse haben, wenn man die Kanalstrahlen in das äußerste, mit den heutigen Hilfsmitteln erreichbare Vakuum treten läßt.

Ein solches kann man erreichen, wenn man den Beobachtungsraum mit der Entladungsröhre durch eine Kapillare von 2 mm Durchmesser und 6 cm Länge verbindet, durch welche die Kanalstrahlen hindurchgeben, während mit dem Beobachtungsraum durch eine weite Röhre ein mit ausgeglühter Kohle gefülltes Gefäß, das durch flüssige Luft gekühlt werden kann, verbunden wird.

Die durch die Kapillare in den Beobachtungsraum strömende Luft wird sofort von der Kohle aufgenommen und das Vakuum hält sich dadurch auf bedeutender Höhe. In die Entladungsröhre muß dann durch eine lange enge Kapillare Luft nachströmen. Diese Strömung läßt sich durch Regulierung des Überdrucks leicht so einrichten, daß man eine gewünschte konstante Spannung für die Entladung erhält.

Die in das hohe Vakuum eintretenden Kanalstrahlen wurden nun, genau wie bei den früheren Versuchen, hintereinander zwei unabhängig voneinander zu erregenden Magnetfeldern ausgesetzt. Die Ergebnisse waren, daß auch in dem erhöhten Vakuum die Kanalstrahlen wieder neugeladene Teilchen bilden, wenn durch das erste Magnetfeld die zunächst vorhandenen abgelenkt sind, da das zweite Feld ein vom ersten Feld beeinflußtes Kanalstrahlenbündel prozentisch ebenso schwächt, wie ein vorher nicht beeinflußtes.

Die Beobachtungen waren hier weniger genau, weil in dem mit flüssiger Luft erzeugten Vakuum die Ablenkbarkeit der Strahlen überhaupt wesentlich geringer ist, eine von mir schon viel früher gemachte Beobachtung. Versuche, im hohen Vakuum exakte Messungen der elektrostatischen Ablenkung auszuführen, schlugen fehl, weil auch hier noch in dem Kanalstrahlenbündel eine erhebliche Leitfähigkeit sich zeigt.

Bei den weiteren Versuchen wurde nun zunächst der Zusammenhang zwischen der von den Kathodenstrahlen hervorgerufenen Licht-

emission und der transportierten Elektrizitätsmenge untersucht. Zu dem Zwecke wurde ein Kanalstrahlenbündel untersucht, das durch die Öffnung einer Eisenelektrode austrat und gleich nach seinem Austritt zwischen die konischen Pole eines starken Elektromagneten gelangte. Es zeigte sich, daß trotz des aus sehr dicken Eisenplatten bestehenden Schutzes der Entladungsröhre bei der Erregung starker Felder der Magnetismus doch schon auf die Kanalstrahlen einwirkte, bevor sie die Eisenelektrode erreicht oder verlassen hatten. Es ging dies daraus hervor, daß ein aus einer 23 cm langen, vorn offenen Messingröhre, die das Glasrohr völlig ausfüllte, bestehender Auffänger, der mit einem Galvanometer verbunden war und den gesamten Kanalstrahlenstrom auffing, eine ebenso große Schwächung des aufgefangenen Stromes anzeigte, wenn er bei erregtem Magnetfeld ganz nahe an die Eisenelektrode herangeschoben wurde, als in größerer Entfernung. Trotz des sehr kräftigen Magnetfeldes bemerkt man an dem austretenden Kanalstrahlbündel in unmittelbarer Nähe der Eisenelektrode keine Veränderung der ausgesandten Lichtintensität. Erst in einem Abstande von etwa 12 cm beginnen sich die abgelenkten Strahlen zu bilden an einer Stelle, wo das Kanalstrahlenbündel nicht mehr ganz scharf begrenzt, sondern etwas diffus geworden ist. Eine genaue photometrische Messung mit Hilfe eines Weberschen Photometers, das vertikal von oben auf das Kanalstrahlenbündel gerichtet war, während die magnetischen Kraftlinien horizontal verliefen, zeigte auch nur eine äußerst geringe Änderung der Lichtintensität im Kanalstrahlenbündel an, während die transportierte Elektrizitätsmenge auf 50 bis 25 Proz., je nach den näheren Verhältnissen der Entladung, bei Erregung des Magnetfeldes sank, wie aus der die Beobachtungen darstellenden Tabelle genauer zu ersehen ist. Es ist also das aus der Eisenelektrode austretende Kanalstrahlenbündel durch Erregung des Magneten wesentlich ärmer an positiven Teilchen geworden, während die Lichtintensität so gut wie ungeschwächt ist.

Aus diesen Beobachtungen geht hervor, daß die magnetisch wenig beeinflußbaren Teilchen der Kanalstrahlen die hauptsächlichsten Träger der Lichtemission sind.

Beobachtet man nun die von den Kanalstrahlen emittierte Lichtintensität in größerem Abstande, so zeigt sich ein immer mehr wachsender Einfluß des immer unmittelbar hinter der Eisenkathode wirkenden Magnetfeldes auf die Lichtemission. Um diese Verhältnisse genauer zu untersuchen, wurde das gesamte, in größerer Entfernung völlig diffus gewordene Kanalstrahlenbündel photometriert und gleichzeitig an derselben Stelle die transportierte Elektrizitätsmenge gemessen, beides mit und ohne Magneterregung. In größerer Entfernung ist die Lichtintensität des Kanalstrahlenbündels recht schwach und eine Messung mit einem gewöhnlichen Photometer nicht ausführbar, da die beleuchteten Flächen zu klein sind. Es wurde deshalb ein Stück der Röhre von 6 cm Länge durch schwarzes Papier abgegrenzt und unmittelbar unter die Röhre eine Milchglasplatte, in Größe des beobachteten Stücks der Röhre, gestellt. Diese Milchglasplatte wurde von einer Geißlerschen Röhre beleuchtet, die mit Wasserstoff gefüllt war. Es ist bei dieser Photometrie notwendig, daß beide miteinander verglichenen Flächen von Licht derselben spektralen Zusammensetzung erleuchtet werden.

In genügend großer Entfernung ergab sich nun, daß die Helligkeit des Kanalstrahlenbündels prozentisch in gleicher Weise durch den Magneten geschwächt wurde, wie die transportierte Elektrizitätsmenge. Die Entfernung, in welcher die Schwächung der Lichtintensität ebenso groß war wie die der Elektrizitätsmenge, hängt wesentlich von der Entladungsspannung ab. Bei niedriger Spannung ist sie kleiner als bei höherer. Man ersieht diese Beobachtungen ebenfalls aus der Tabelle. Die mit A und B bezeichneten Wirkungen beziehen sich auf kommutierten magnetisierenden Strom. Da die lange Glasröhre nicht ganz gerade war, lag das Kanalstrahlenbündel in größerer Entfernung von der Eisenelektrode nicht mehr genau in der Achse der Röhre. Dadurch war eine Unsymmetrie bedingt, welche sich in einer verschiedenen Schwächung der Kanalstrahlen zu erkennen gab, wenn das Magnetfeld kommutiert wurde. Man sieht aber, daß die verschiedene Schwächung sich in gleicher Weise bei der Lichtintensität und beim Strom zu erkennen gibt.

Diese Beobachtungen zeigen, daß sich der durch den Magneten gestörte Gleichgewichtszustand erst nach einem längeren Wege herstellt, bei dem die von Kanalstrahlen ausgesandte Lichtintensität wieder der transportierten Elektrizitätsmenge entspricht. Die Länge dieses Weges ist bei höherer Spannung eine größere als bei tieferer.

Wenn man in die Entladungsröhre zwischen der bisherigen Kathode und der Anode eine zweite Eisenelektrode einsetzt und diese zur Kathode macht, so haben die Kanalstrahlen einen längeren Weg zurückzulegen, ehe sie in den Beobachtungsraum gelangen. Das magnetische Feld schwächt hier die Stromstärke bis ungefähr die Hälfte bei 10000 Volt, wenn der Auffänger nahe an die Eisenelektrode gerückt ist. Die Schwächung ist hier geringer als wenn die Elektrode Kathode ist und daher die Ent-

ladung unmittelbar hinter ihr stattfindet. Aber auch hier ist die Schwächung des Stroms viel stärker als die des Leuchtens.

Spannung Volt	Abstand von der Elektrode mm	Intensität nach der Magneterregung in Prozenten des Wertes ohne Magneterregung der Helligkeit	des Stromes
1800	330	35 %	35 %
2700	330	24	24
2700	330	24	25
2600	50	100 99 92 98	49
2700	100	100 92 94	53
		100 92 98	53 52 *)
10 500	120	92	35
	100	94	26
12 000	1060 A	81	84
	B	43	37
	A	87	85
	B	42	37
17 000	1060 A	78	76
	B	42	38
	A	67	72
	B	42	37
12 000	650 A	89	77
	B	67	42
	A	88	78
	B	64	40
10 200	120	91 100	24 25
		93 94	25 25

*) Auffänger übers Gesichtsfeld geschoben.

(Eingegangen 23. September 1908.)

Diskussion.

Stark: Ehe ich eine Erklärung dieser interessanten Beobachtungen anzudeuten versuche, wollen Sie mir gestatten, daß ich das hauptsächlichste experimentelle Resultat noch einmal formuliere, um ein Mißverständnis zu vermeiden. Experimentell also ist festgestellt worden, daß ein Magnetfeld unmittelbar hinter der Kathode positive Elektrizität aus dem Kanalstrahlenbündel wegnimmt, daß aber nicht gleichzeitig Licht weggenommen wird. In größerem Abstande hinter der Kanalstrahlenelektrode liegt die Sache so: Dasselbe Magnetfeld nimmt hier Strom weg und gleichzeitig auch Licht. Ich glaube, daß in diesen Betrachtungen eine Beziehung zwischen der Geschwindigkeit der Kanalstrahlen und der von ihnen emittierten Lichtintensität zum Ausdruck kommt. Eine solche Beziehung ist jedenfalls auf spektralanalytischem Wege auch festgestellt worden, wie ich in meinem Vortrage darlegen werde. Ich glaube allerdings, daß das, was ich jetzt sage, erst verständlicher wird, nachdem ich meine Spektrogramme gezeigt habe.

Also die experimentellen Beobachtungen scheinen mir folgende Deutung zuzulassen. Kleine Geschwindigkeiten (positive Teilchen kleiner Geschwindigkeit) sind magnetisch stärker ablenkbar, sie holt darum der Magnet bereits auf kurzer Strecke unmittelbar hinter der Kathode weg. (Wien: Nein, er holt immer weg.) Unmittelbar hinter der Kanalstrahlenelektrode holt er die kleinen Geschwindigkeiten stärker weg. (Wien: Ja, es werden aber durchaus nicht Kanalstrahlen kleinerer Geschwindigkeit immer stärker magnetisch beeinflußt als solche größerer Geschwindigkeit, die Sache ist komplizierter.) Also nehmen wir einmal an, daß es so wäre. Dann lägen die Verhältnisse so: Kleinere Geschwindigkeiten (die im Bündel enthaltenen positiven Teilchen kleiner Geschwindigkeit) sind stärker ablenkbar und werden darum bereits auf kurzer Strecke hinter der Kathode vom Magnet aus dem Kanalstrahlenbündel herausgeholt; würden sie nun Licht emittieren, so würde mit ihnen auch Lichtintensität dem Kanalstrahlenbündel genommen werden. Da das nicht der Fall ist, so ist zu schließen, daß bewegte Lichtintensität nicht von kleinen Geschwindigkeiten bzw. ihren Trägern emittiert wird, sondern nur von den größeren Geschwindigkeiten. In größerem Abstand von der Elektrode treten nämlich infolge der Wirkung des Magnetfeldes auch größere Geschwindigkeiten (positiv geladene Teilchen größerer Geschwindigkeit) aus dem Kanalstrahlenbündel, und da diese Licht mit sich führen, so wird nunmehr dem Bündel außer positiver Ladung auch Licht durch das Magnetfeld entzogen.

Wien: Die Größe der magnetischen Einwirkung auf das ganze Kanalstrahlenbündel ist nicht unmittelbar in Beziehung zu setzen zu der Geschwindigkeit. In diesem Falle wäre der Schluß berechtigt, aber die Sache ist in Wirklichkeit komplizierter.

J. Stark (Greifswald), Neue Beobachtungen an Kanalstrahlen in Beziehung zur Lichtquantenhypothese.

Im folgenden wird eine vorläufige Mitteilung über Untersuchungen gegeben, welche ich gemeinsam mit Herrn Dr. W. Steubing im Physikalischen Institut der Universität Greifswald ausgeführt habe. Die eingehende Beschreibung derselben, insbesondere die Diskussion der Fehlerquellen soll von mir und Herrn Steubing in den Annalen der Physik veröffentlicht werden.

Über die technische Seite der Untersuchungen seien hier kurz folgende Angaben gemacht. Als Stromquelle zur Erzeugung der Kanalstrahlen in Wasserstoff diente bis zu einer Spannung von 440 Volt das städtische Leitungs-

netz, bis zu 1200 Volt eine Batterie kleiner Akkumulatoren, für Spannungen größer als 1600 Volt ein mittelgroßes Induktorium, das mit Wechselstrom betrieben wurde. Das wichtigste der ganzen Technik war die Optik. Es kam zur Verwendung der bereits an einer früheren Stelle[1]) beschriebene lichtstarke Spektrograph, zu dessen Bau die Preußische Akademie der Wissenschaften die Mittel bewilligt hatte. Als Dispersionskörper diente in ihm ein großes Rowlandsches Plangitter (15000 Furchen auf 1 Zoll, 8×16 cm² Fläche), das Herr Geheimrat Voigt im Einverständnis mit seinem Eigentümer Herrn Dr. Hauswaldt (Magdeburg) bereitwilligst zu den Untersuchungen mir überlassen hatte. Die Dispersion betrug für H_α ($\lambda = 6563{,}0$ Å.) 1,980 Å., für H_β ($\lambda = 4861{,}5$ Å.) 1,423 Å., für H_γ ($\lambda = 4340{,}7$ Å.) 0,926 Å., für H_δ ($\lambda = 4101{,}8$ Å.) 1,341 Å. auf 0,1 mm der photographischen Platte. Speziell an H_γ und H_δ wurden wichtige neue Beobachtungen gemacht, welche über meine früheren Untersuchungen an Kanalstrahlen hinausgehen. Der Grund, warum ich jene Beobachtungen nicht schon früher machte, liegt darin, daß die Dispersion der früher von mir verwendeten Spektrographen (auf 0,1 mm mehr als 1,8 Å.) nicht groß genug war.

Bevor ich zu den experimentellen Resultaten unserer Untersuchung übergehe, erscheint es mir notwendig, die theoretischen Überlegungen[2]) mitzuteilen, welche mich zu den Experimenten anregten und bei ihrer Ausführung leiteten. Ich tue dies selbst auf die Gefahr hin, die experimentellen Resultate zu diskreditieren. Die Arbeit wurde nämlich zur Prüfung der Lichtquantenhypothese unternommen, welche von M. Planck aufgestellt worden ist und auf deren theoretische und experimentelle Bedeutung A. Einstein[3]) frühzeitig in mehreren Abhandlungen hingewiesen hat; und diese Hypothese ist so eigenartig und widerspricht so sehr den bisher üblichen Anschauungen über die Emission und Absorption des Lichtes, daß die allenthalben bemerkbare Zurückhaltung ihr gegenüber begreiflich ist. Indes scheint es mir nicht richtig, ihr gegenüber auf einem passiven Widerstand zu verharren und zu verlangen, daß man, ausgehend von bereits bekannten Eigenschaften elektromagnetischer Resonatoren, das neue hypothetisch eingeführte Charakteristikum verständlich mache; vielleicht verlangt man hiermit etwas Unmögliches, insofern es nicht ausgeschlossen ist, daß das neue Charakteristikum elektromagnetischer Resonatoren ebenso eine primäre, elementare Eigenschaft ist wie etwa die elektrische Ladung und die Masse negativer Elektronen. Der Experimentalphysiker jedenfalls wird gut tun, gegenüber der Lichtquantenhypothese den objektiven Standpunkt des experimentell prüfenden Forschers zu wählen. An ihm ist es, Versuchsanordnungen auszudenken und zu realisieren, welche direkte Folgerungen aus der Lichtquantenhypothese in der Erfahrung nachzuweisen gestatten. Bestätigen sich diese Folgerungen nicht, dann ist jedenfalls der Erfolg erzielt, daß die Lichtquantenhypothese aus theoretischen Deduktionen zu verschwinden hat.

Es sei e die oszillatorische elektromagnetische Energie, welche einem Resonator mitgeteilt oder von ihm ausgestrahlt werden kann, z sei eine ganze Zahl (0, 1, 2, 3 . . .), $h = 6{,}55 \cdot 10^{-27}$ erg sec^{-1} sei das Plancksche Wirkungselement, n die Schwingungszahl des Resonators, λ die Wellenlänge der emittierten Strahlung im Vakuum, c ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit, so gilt nach der Lichtquantenhypothese (Elementargesetz):

$$e = zhn = zh\frac{c}{\lambda}.$$

Gemäß diesem Elementargesetz variiert also die von einem Resonator aufgenommene oder abgegebene Energiemenge nicht stetig von Null bis zu beliebigen Werten, sondern sprungweise im Verhältnis ganzer Zahlen. Nach meinem Dafürhalten braucht man nicht eine diskontinuierliche Struktur der im Äther mit Lichtgeschwindigkeit strömenden Strahlungsenergie zu postulieren, sondern man hat in dem Vorgang, welchen das Elementargesetz regelt, eine spezifische Wirkungsweise der elektromagnetischen Resonatoren zu sehen.

An einem einzelnen Kanalstrahlenteilchen ist einerseits eine gewisse Menge kinetischer Energie $\frac{1}{2} m v^2$ lokalisiert. Andererseits sitzt auf ihm ein elektromagnetischer Resonator, welcher eine Spektrallinie zu emittieren vermag, wie die Beobachtung des Doppler-Effekts an dieser lehrt. Geht das Kanalstrahlenteilchen mit seinem Resonator durch die Wirkungssphäre eines andern materiellen Teilchens im verdünnten Gas, so ist in der damit verbundenen Erschütterung die Möglichkeit gegeben, daß ein Bruchteil der kinetischen Energie des Kanalstrahlenteilchens in oszillatorische Energie des Resonators verwandelt und dann von diesem in der ihm eigentümlichen Spektrallinie wieder ausgestrahlt wird. Es sei α eine zwischen 0 und 1 liegende Zahl, $\frac{\alpha m v^2}{2}$ sei der Bruchteil der kinetischen Energie, welcher beim Durch-

1) Ann. d. Phys. **26**, 806, 1908.

2) Die hier skizzierten theoretischen Überlegungen habe ich bereits an einer früheren Stelle (diese Zeitschr. **8**, 913, 1907) in einer etwas anderen Form auf das bis dahin vorliegende Beobachtungsmaterial angewendet.

3) A. Einstein, Ann. d. Phys. **17**, 131, 1905; **20**, 199, 1906; 180 1907.

gang durch die Wirkungssphäre für die Transformation in die oszillatorische Form disponibel wird. Trifft die Lichtquantenhypothese zu, so kann so lange in der Spektrallinie des vom Kanalstrahlenteilchen mitgeführten Resonators keine Energie ausgestrahlt werden, als $\frac{\alpha m v^2}{2} < h n$ ist. Erst wenn $\frac{\alpha m v^2}{2} = h n$ geworden ist, wenn also die kinetische Energie des Kanalstrahlteilchens einen gewissen Schwellenwert erreicht hat, kann abrupt die Strahlung des Resonators einsetzen. Aus der Lichtquantenhypothese ergibt sich demnach als erste Folgerung, daß der Doppler-Effekt bei Kanalstrahlen, der aus einer Lichtemission infolge einer Bewegung im Visionsradius resultiert, unterhalb einer gewissen Grenzgeschwindigkeit (v_I) nicht auftritt. Quantitativ weniger exakt läßt sich diese Folgerung auch so formulieren: Positiv geladene Kanalstrahlenteilchen von kleiner Geschwindigkeit führen zwar eine positive Ladung, aber kein Licht mit sich; positive Teilchen von großer Geschwindigkeit dagegen können außer positiver Ladung auch Licht mit sich führen.

Die Erfahrung bestätigt diese erste theoretische Folgerung in allen bis jetzt untersuchten Fällen. Schon bei meinen ersten Beobachtungen[1]) über den Doppler-Effekt bei Kanalstrahlen fiel mir die merkwürdige Erscheinung auf, daß zwischen der sogenannten ruhenden Linie, welche wahrscheinlich durch sekundäre Kathodenstrahlen erzeugt wird, und dem von mir als Doppler-Effekt bezeichneten Streifen ein lichtloser Raum (von mir als Intensitätsminimum bezeichnet) auftritt. Diese Beobachtung wurde von anderen Autoren, vor allem von F. Paschen[2]), bestätigt. Und die erste Aufgabe der neuen Untersuchungen war, sie in weiten Grenzen der Wellenlänge und des Kathodenfalls zu prüfen. Es ergaben sich folgende Resultate. An den vier Wasserstofflinien H_α, H_β, H_γ, H_δ ist unterhalb eines gewissen Grenzwertes der Geschwindigkeit der Kanalstrahlen eine bewegte Lichtintensität (Doppler-Effekt) nicht nachweisbar; wenn genügend lange exponiert, also eine Unterexposition vermieden wird, ergibt sich sowohl für einen kleinen Kathodenfall (390 Volt) als für einen großen Kathodenfall (10000 Volt) derselbe Grenzwert v_I für den Beginn der Lichtemission im Doppler-Effekt. Die nachstehende Tabelle I zeigt, daß der Grenzwert v_I langsam mit abnehmender Wellenlänge zunimmt.

Als zweite Konsequenz aus der Lichtquantenhypothese ergibt sich folgende Überlegung. Wächst die kinetische Energie nach dem Überschreiten eines v_I entsprechenden Grenzwertes

Tabelle I.

Wellenlänge λ		Grenzwert v_I
H_α	6563,0	$1{,}07 \cdot 10^7$ cm sec^{-1}
H_β	4861,5	1,25 "
H_γ	4340,7	1,28 "
H_δ	4101,8	1,39 "

weiter, so kann zunächst auch nur ein Lichtquantum in der betrachteten Spektrallinie durch Zusammenstoß erzeugt werden. Sowie aber die kinetische Energie so groß geworden ist, daß $\frac{\alpha m v^2}{2} = 2 h n$ ist, so ist nunmehr die Möglichkeit geboten, daß bei einem Zusammenstoß zwei Lichtquanten in der betrachteten Spektrallinie erzeugt werden. Man beachte wohl, es ist nicht notwendig, daß zwei Lichtquanten bei allen Zusammenstößen oberhalb eines zweiten Schwellenwertes der kinetischen Energie erzeugt werden; die Zusammenstöße werden vielmehr zum Teil auch so verlaufen, daß nur ein Lichtquantum erzeugt wird. In diesem Umstand liegt nun offenbar die Schwierigkeit des experimentellen Nachweises der theoretisch vorhergesagten Erscheinung.

Die Intensitätsverteilung im Doppler-Effekt bei Kanalstrahlen hängt in erster Linie von der Geschwindigkeitsverteilung der Kanalstrahlen ab; aus dem Umstand, daß der Doppler-Effekt eine kontinuierliche Folge verschobener Linien darstellt, folgt ja direkt, daß in einem Kanalstrahlenbündel alle möglichen Geschwindigkeiten zwischen Null und einer oberen Grenze vorkommen, welche durch den wirksamen Kathodenfall bestimmt wird. Würden nun bei allen Zusammenstößen oberhalb der kinetischen Energie $\frac{2 h n}{\alpha}$ immer zwei Lichtquanten erzeugt, so würde die Kurve der Intensitätsverteilung im Doppler-Effekt (Vollkommenheit der photographischen Methode vorausgesetzt) in allen Fällen einen bei der Grenzgeschwindigkeit v_{II} scharf einsetzenden Knick aufweisen, etwa wie es Fig. 1 schematisch zeigt. In Wirklichkeit aber wird die Kurve der Intensitätsverteilung im Doppler-Effekt resultieren aus der Superposition zweier Kurven, von denen die eine

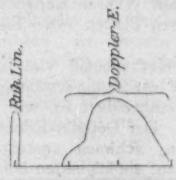


Fig. 1.

1) Diese Zeitschr. **7**, 251, 1906; Ann. d. Phys. **21**, 438, 1906.
2) F. Paschen, Ann. d. Phys. **23**, 247, 1907.

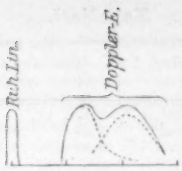


Fig. 2.

den Geschwindigkeiten entspricht, welche nur ein Lichtquantum infolge eines Zusammenstoßes emittieren, die andere dagegen denjenigen Geschwindigkeiten, welche zwei Lichtquanten emittieren. In Fig. 2 ist ein derartiger Fall schematisch dargestellt; die resultierende ausgezogene Kurve zeigt zwei Maxima und dazwischen ein Minimum im Doppler-Effekt oder wie man sich auch ausdrücken kann, „eine Zweiteilung des Doppler-Effektes". Wie direkt ersichtlich ist, entspricht das Minimum in der resultierenden Kurve nicht dem oben charakterisierten Schwellenwert der Geschwindigkeit (v_{II}), welcher den Beginn der Erzeugung von zwei Lichtquanten markiert. Nach diesen vorbereitenden theoretischen Überlegungen möge nunmehr die Erfahrung sprechen.

Es ist das Verdienst von F. Paschen[1]), zuerst eine Zweiteilung des Doppler-Effektes bei Kanalstrahlen beobachtet zu haben; es war ihm dies möglich dank der großen Dispersion (0,85 bis 0,95 Å. auf 0,1 mm), mit welcher er arbeitete. Wir können alle seine Angaben über die Zweiteilung bestätigen; in einigen Punkten gehen indes unsere Resultate infolge größerer Lichtstärke oder längerer Expositionsdauer über diejenigen Paschens hinaus. Insbesondere suchten wir, entsprechend dem leitenden theoretischen Gesichtspunkt, auch Spektrogramme zu gewinnen, welche eine Messung des oben charakterisierten zweiten Schwellenwertes der Geschwindigkeit (v_{II}) gestatten. Da es unmöglich ist, gerade die wichtigen Details der Spektrogramme in einer Reproduktion auf Papier wiederzugeben, so muß ich mich hier darauf beschränken, die Intensitätsverteilung im Doppler-Effekt unserer Spektrogramme schematisch in Kurvenform wiederzugeben. Ich bin bereit, denjenigen, welche sich für die Spektrogramme interessieren, auf Wunsch Reproduktionen auf photographischen Platten oder Films zu übersenden.

Bei einem Kathodenfall von 390 bis etwa 600 Volt ist die Intensitätsverteilung im Doppler-Effekt von H_β angenähert so, wie sie in Fig. 3 dargestellt ist. Der Doppler-Effekt besteht aus einer niedrigen, schwach ansteigenden Stufe und aus einer auf sie folgenden höheren zweiten

1) F. Paschen, Ann. d. Phys. **23**, 247, 1907.

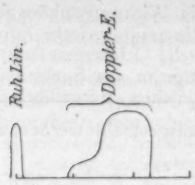


Fig. 3.

Stufe, die nach beiden Seiten steil abfällt. Wird kurz exponiert oder ist die Lichtstärke gering (z. B. bei H_γ), so erscheint die erste Stufe infolge von Unterexposition überhaupt nicht auf der photographischen Platte. Diejenige Geschwindigkeit, bei welcher die zweite Stufe sich zu erheben beginnt, sei mit v_{II} bezeichnet, mit v_I diejenige, bei welcher die erste Stufe anfängt. In Tabelle II ist für verschiedene Linien das Verhältnis v_{II}/v_I und sein Quadrat zusammengestellt. Unsicher ist in ihr die Zahl für H_δ.

Tabelle II.

Wellenlänge	$\frac{v_{II}}{v_I}$	$\left(\frac{v_{II}}{v_I}\right)^2$
H_β 4861,5	1,57	2,46
H_γ 4340,7	1,39	1,93
H_δ 4101,8	1,37	1,88

Von etwa 600 Volt ab nimmt für H_γ die erste Stufe offenbar infolge einer günstigeren Geschwindigkeitsverteilung rasch an Höhe relativ zur zweiten zu, während gleichzeitig der Anstieg der zweiten Stufe oder des „zweiten Streifens" sanfter wird. Bei 1000—1400 Volt Kathodenfall zeigt der Doppler-Effekt von H_γ angenähert die in der Fig. 4 dargestellte In-

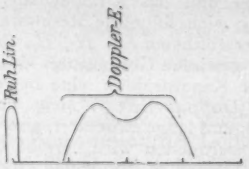


Fig. 4.

tensitätsverteilung; eine Messung von v_{II} ist nun nicht mehr möglich. Schon wenn man für 1200 Volt Kathodenfall bei großer Lichtstärke lange exponiert, so verwachsen infolge der Unvollkommenheit der photographischen Methode die zwei Streifen in einen einzigen, wenigstens bei der von uns angewendeten Dispersion. Das gleiche tritt bei H_γ auch bei kurzer Exposition dann ein, wenn der Kathodenfall beträchtlich größer als 1200 Volt, nämlich 3000—10000 Volt,

wird. Der Grund dafür, daß bei großem Kathodenfall das Maximum im Doppler-Effekt der nur ein Lichtquantum emittierenden Kanalstrahlenteilchen nach größeren Werten der Geschwindigkeiten in das Gebiet des Maximums für die Emission von zwei Lichtquanten rückt, ist offenbar in der geänderten Geschwindigkeitsverteilung der Kanalstrahlen zu suchen.

Da bereits die Zweiteilung des Doppler-Effekts bei Kanalstrahlen nur unter ganz bestimmten Versuchsbedingungen deutlich ausgeprägt zu beobachten ist, so erschien es mir aussichtslos, nach einer Dreiteilung des Doppler-Effekts zu suchen. Theoretisch ist allerdings eine solche zu erwarten; erreicht nämlich die kinetische Energie eines Kanalstrahlenteilchens den Wert $\frac{3h\nu}{a}$, so ist die Möglichkeit gegeben, daß an ihm bei einem Zusammenstoß drei Lichtquanten von der Frequenz ν erzeugt werden; die beobachtbare Intensitätsverteilung im Doppler-Effekt resultiert dann aus der Superposition dreier Verteilungskurven, von denen die erste der Emission von einem Lichtquantum, die zweite der Emission von zwei Lichtquanten, die dritte der Emission von drei Lichtquanten entspricht. Wider Erwarten habe ich nun in der Tat im Doppler-Effekt von H_δ eine Dreiteilung beobachtet. Ich habe ihr zunächst großes Mißtrauen entgegengebracht; indes kehrte sie oberhalb 3600 Volt bei Variation des Kathodenfalls und der Expositionsdauer in allen Spektrogrammen wieder; die drei Streifen sind viel breiter als die ruhenden oder Bandenlinien, die sonst noch auf den Spektrogrammen vorkommen. Eine Aufnahme, bei welcher die Kanalstrahlen orthogonal zum Visionsradius liefen, ergab das Gebiet unmittelbar hinter H_δ linienfrei; auch auf meinen früheren derartigen Spektrogrammen sind unmittelbar hinter H_δ keine Linien wahrzunehmen. So komme ich zu der Folgerung, daß die beobachtete Dreiteilung des Doppler-Effekts von H_δ für einen Kathodenfall größer als 3600 Volt nicht durch störende Bandenlinien vorgetäuscht ist, sondern in der Tat eine Eigenschaft der Intensitätsverteilung im Doppler-Effekt selbst ist.

Anhang.

Wie bei jedem naturwissenschaftlichen Problem, so sind auch bei den hier behandelten Erscheinungen die tatsächliche Beobachtung und ihre theoretische Deutung auseinander zu halten; jene bleibt bestehen, auch wenn diese wechselt. Man kann versuchen, die eigenartigen Verhältnisse der Intensitätsverteilung im Doppler-Effekt bei Kanalstrahlen in anderer Weise zu erklären, als es von meiner Seite geschehen ist. Die bereits von Paschen versuchte Erklärung allerdings scheint mir ungenügend zu sein. Paschen nämlich nimmt an, daß die Zweiteilung im Doppler-Effekt davon herrühre, daß in den Kanalstrahlen Wasserstoffionen vorkämen, deren Masse gleich derjenigen eines Wasserstoffatoms sei, und Wasserstoffionen, deren Masse infolge von Anlagerung eines neutralen Wasserstoffatoms gleich derjenigen von zwei Wasserstoffatomen sei. Dieser Erklärungsversuch muß erstens die unbegründete Hilfshypothese machen, daß die Lage der Spektrallinien positiver Atomionen vollkommen unabhängig sei von der Anlagerung neutraler Atome, zweitens die ebenfalls unbegründete Hilfshypothese, daß bei kleinem Kathodenfall (300—600 Volt) im Kanalstrahlenbündel die Strahlen von einer Masseneinheit, bei großem Kathodenfall (3000 bis 10000 Volt) die Strahlen von zwei Masseneinheiten an Zahl überwiegen. Vollkommen unerklärt wird von der Annahme Paschens die Erscheinung gelassen, daß die bewegte Intensität in allen Fällen erst oberhalb eines bestimmten Schwellenwertes der kinetischen Energie einen von Null verschiedenen Wert annimmt.

Der Lichtquantenhypothese muß man demgegenüber jedenfalls die Gerechtigkeit widerfahren lassen, daß sie ohne eine weitere Hilfshypothese alle beobachteten Erscheinungen qualitativ und, soweit die bis jetzt erzielte Genauigkeit reicht, auch quantitativ erklärt. Durch die vorliegenden Beobachtungen scheint eine erste direkte experimentelle Bestätigung der Lichtquantenhypothese gewonnen zu sein. Es mag darum angebracht sein, hier kurz noch auf andere Erscheinungen hinzuweisen, welche ebenfalls von dem Planckschen Elementargesetz beherrscht zu sein scheinen.

A. Einstein[1]) hat die Lichtquantenhypothese zur Erklärung des lichtelektrischen Effekts angewandt; ihm folgend hat A. Joffé[2]) gezeigt, daß die Beobachtungen von E. Ladenburg[3]) über die maximale Geschwindigkeit der von Licht unterhalb λ 0,25 μ zur Emission gebrachten Kathodenstrahlen wesentlich in Übereinstimmung mit der Einsteinschen Erklärungsweise stehen. Die Differenz zwischen Beobachtung und Theorie, daß die Abhängigkeit der maximalen Geschwindigkeit von der Wellenlänge nicht für alle Metalle die gleiche ist, braucht nicht zuungunsten der Theorie ausgelegt zu werden; es ist nämlich sehr wohl möglich, daß das Kontaktpotential in einer von Metall zu Metall verschiedenen Weise mit der bestrahlenden Wellenlänge variiert.

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. **17**, 132, 1905.
2) A. Joffé, Münch. Ber. **37**, 279, 1907.
3) E. Ladenburg, diese Zeitschr. **8**, 590, 1907.

Von W. Wien[1]) und mir[2]) ist gezeigt worden, daß auch die Erzeugung der Kathodenstrahlen durch die Absorption von Röntgenstrahlen auf Grund der Lichtquantenhypothese erklärt werden kann. In Übereinstimmung mit der Theorie ist die maximale Geschwindigkeit dieser Strahlen unabhängig vom Material des emittierenden Körpers und von der Intensität der Röntgenstrahlen, dagegen abhängig von deren Wellenlänge.

Ferner wurde von mir gezeigt, daß die Lage der im ultraroten, sichtbaren und ultravioletten Spektrum liegenden Banden von chemischen Verbindungen[3]) und ihre Verschiebung durch Substitution und Kondensation auf Grund der Lichtquantenhypothese in Übereinstimmung mit der Erfahrung erklärt werden kann.

Endlich sei hier noch auf eine neue Möglichkeit hingewiesen, die Lichtquantenhypothese einer experimentellen Prüfung zu unterziehen. Ich habe bereits an früheren Stellen[4]) dargelegt, daß auch die kinetische Energie von Kathodenstrahlen in Strahlungsenergie von Spektrallinien positiver Atomionen verwandelt werden kann. Ein Kathodenstrahlteilchen kann entweder auf ein fertiges positives Atomion oder auf ein neutrales Atom stoßen und dieses ionisieren. In beiden Fällen ist nach dem Stoß ein positives Atomion vorhanden, auf welchem ein oder mehrere Resonatoren sitzen, welche die Serienlinien des Atomions emittieren. Infolge der Erschütterung beim Auftreffen des Kathodenstrahls kann der Resonator einen Teil von dessen Energie in oszillatorischer Form aufgenommen haben und mag sie darnach wieder ausstrahlen. Auf diese Weise kommt nach meiner Auffassung die Emission von Serienlinien in der positiven Lichtsäule und in der negativen Glimmschicht bei niedriger Temperatur zustande, ebenso die Emission der ruhenden Serienlinien im Kanalstrahlenlicht. Aus der Kombination der vorstehenden Auffassung mit der Lichtquantenhypothese ergeben sich nachstehende Folgerungen.

Es sei $\beta \frac{m v^2}{2}$ der Bruchteil der kinetischen Energie eines Kathodenstrahlteilchens, welcher beim Stoß auf ein fertiges oder entstehendes positives Ion an einen Resonator auf diesem in oszillatorischer Form abgegeben werden kann; λ sei die Wellenlänge der Strahlung des Resonators. Solange $\beta \frac{m v^2}{2} < h \frac{c}{\lambda}$ ist, kann dann die betreffende Serienlinie des Atomions durch den Stoß des Kathodenstrahls nicht erregt werden. Diese Folgerung kann auch so formuliert werden. Es sei v_m die größte in einem Gasvolumen vorkommende Kathodenstrahlgeschwindigkeit, die in dem gleichen Gasvolumen vorkommenden Atomionen mögen in allen Teilen des Spektrums auch im äußersten Ultraviolett Spektrallinien besitzen. Es können dann von den Kathodenstrahlen nicht beliebig kurze Wellen in dem betrachteten Volumen zur Emission gebracht werden, sondern das infolge von Emission wahrnehmbare Spektrum hört auf bei $\lambda = \frac{2hc}{\beta m v_m^2}$.

In der positiven Lichtsäule von nicht zu kleinem Querschnitt besitzen nur wenige Kathodenstrahlen, indem sie zufällig eine große Weglänge frei durchlaufen, eine Geschwindigkeit, die größer ist, als 30 Volt frei durchlaufener Spannungsdifferenz entspricht. Dagegen kommen in der negativen Glimmschicht auch zahlreiche Strahlen vor, deren Geschwindigkeit größer als 300 Volt ist. Aus diesem Grunde ist zu erwarten, daß das Spektrum der positiven Atomionen weiter in das äußerste Ultraviolett hineinreicht, wenn es an der negativen Glimmschicht als wenn es an der positiven Lichtsäule beobachtet wird.

Mehr quantitatives Gewicht wäre folgender Versuchsanordnung beizulegen. Die Kathodenstrahlen werden an einer Wehneltschen Oxydkathode erzeugt; ihre maximale Geschwindigkeit wird durch den an dieser wirksamen Kathodenfall gegeben; dieser kann von etwa 7 Volt an zu beliebig größeren Werten erhöht werden. Diese langsamen Kathodenstrahlen läßt man in einer Gas- oder Dampfatmosphäre verlaufen, welche die Oxydkathode nicht zu rasch verändert. Beobachtet wird für die verschiedenen Werte des Kathodenfalls die Ausdehnung des von ihnen an den Atomionen zur Emission gebrachten Spektrums im äußersten Ultraviolett. Diese Ausdehnung hängt wesentlich auch ab von dem Werte des Koeffizienten β. Nehmen wir den extremen Fall an, daß $\beta = 1$ sei. Die Emission einer Linie bei $\lambda = 250\ \mu\mu$ verlangt dann eine Kathodenstrahlgeschwindigkeit von 7,8 Volt, die Emission von $\lambda = 186\ \mu\mu$ eine Geschwindigkeit von 10,4 Volt. Bis zu $\lambda = 186\ \mu\mu$ kann das Spektrum noch mit dem kleinen Quarzfluoritspektrographen von Zeiß in atmosphärischer Luft, insbesondere bei Anwendung Schumannscher Platten, photographiert werden.

Durch äußere Umstände bin ich gegenwärtig verhindert, die im vorstehenden angedeuteten Untersuchungen selbst auszuführen. Vielleicht mag ein anderer Autor aus folgenden bereits gemachten Beobachtungen einen ersten Fingerzeig für die Inangriffnahme dieses Problems gewinnen.

1) W. Wien, Gött. Nachr. 1907.
2) Diese Zeitschr. **8**, 882, 1907.
3) Diese Zeitschr. **9**, 85, 481, 661, 1908.
4) J. Stark, Die Elektrizität in Gasen, Leipzig 1903, S. 447; diese Zeitschr. **8**, 398, 917, 1907.

C. Runge und F. Paschen[1]) ist es bereits aufgefallen, daß das Linienspektrum des Sauerstoffs, wenn es von der positiven Lichtsäule gewonnen wird, nicht weit in das Ultraviolett hineinreicht. Die gleiche Erscheinung fiel mir bei meinen kürzlich veröffentlichten Untersuchungen[2]) über Sauerstoff auf, obwohl ich einige Linien mehr als die genannten Autoren beobachtete. Sollte diese Erscheinung damit zusammenhängen, daß in der positiven Lichtsäule in Sauerstoff der Spannungsabfall und somit die Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen klein ist? Ist das Spektrum der negativen Glimmschicht im Ultraviolett reicher an Linien?

Ferner fiel mir bei meinen Untersuchungen[3]) über die äußersten ultravioletten Linien des Zinks, Kadmiums und Quecksilbers folgendes auf. Die Beobachtungen wurden an der positiven Lichtsäule gemacht; bei Gegenwart von etwas Stickstoff war der Spannungsabfall in der positiven Säule etwa doppelt so groß als nach guter Reinigung in reinem Metalldampf; trotz kleinerer Stromstärke erschienen aber im ersten Falle die äußersten ultravioletten Linien der drei Metalle intensiver als im zweiten Falle. Es dürfte interessant sein, das ultraviolette Spektrum dieser drei Metalle in der negativen Glimmschicht und vielleicht auch in den langsamen Strahlen einer Wehneltschen Oxydkathode zu untersuchen. Auffallend ist an sich schon die große Armut dieser Metalle an Linien im äußersten Ultraviolett für den Fall, daß ihr Spektrum an der positiven Säule niedriger Temperatur untersucht wird.

(Eingegangen 7. Oktober 1908.)

Diskussion.

Debije (München): Es scheint mir, daß die eigenartige Zunahme des Abstandes zwischen „verschobener" und „ruhender" Intensität mit abnehmender Wellenlänge in Ihren beiden Grundformeln stecken muß. Da nämlich nicht das elementare Energiequantum ϵ, sondern das elementare Wirkungsquantum h als konstant zu betrachten ist, so müssen die Grenzgeschwindigkeiten v_l sich verhalten wie die zweiten Wurzeln der Schwingungszahlen. Die angeschriebenen Zahlen scheinen hiermit zu stimmen, denn während das Verhältnis dieser Geschwindigkeiten bei H_α und H_β zu $\frac{1{,}39}{1{,}07}$ gemessen ist, ist das zugehörige Verhältnis der Wurzeln aus den Schwingungszahlen ungefähr $\sqrt{\frac{65}{40}} = 1{,}3$.

Stark (Bemerkung gelegentlich der Korrektur der Diskussion). In der Diskussion habe ich Herrn Debije mißverstanden und eine Antwort bezüglich des Verhältnisses $\frac{v_{II}}{v_I}$ gegeben, die hier wohl nicht wiedergegeben zu werden braucht. Was die Bemerkung des Herrn Debije betrifft, so erscheint sie mir zutreffend. Wenn der Koeffizient α in der Formel $\alpha \frac{m v_l^2}{2} = h \frac{c}{\lambda}$ in weiten Grenzen konstant ist, dann verlangt die Theorie, daß $v_l = \sqrt{\frac{2hc}{\alpha m \lambda}} = \frac{k}{\sqrt{\lambda}}$ ist. In der Tat zeigt die von mir über v_l mitgeteilte Tabelle, daß v_l der Quadratwurzel aus dem reziproken Wert der Wellenlänge angenähert proportional ist. Diese weitere Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung war mir in der Tat entgangen, und ich danke Herrn Debije, daß er mich darauf aufmerksam machte.

1) C. Runge u. F. Paschen, Wied. Ann. **61**, 666, 1897.
2) Ann. d. Phys. **26**, 817, 1908.
3) J. Stark u. S. Kinoshita, Ann. d. Phys. **21**, 470, 1906.

W. Krebs (Groß-Flottbek), Vulkanismus im Planetensystem.

Unter den Begriff des Vulkanismus fallen die seismischen Erscheinungen deshalb, weil die vorwiegend vulkanischen Seebeben im wesentlichen die gleiche Verteilung über die ganze Erde erkennen lassen, wie nach Montessus de Ballore die Erdbeben, weil die als prognostisches Mittel für die westindischen Katastrophen bewährte Kettenbildung eine bunte Reihe von beiderlei Katastrophen aufweist, weil endlich die schwereren vulkanischen Ereignisse im Meeresgrunde, wie vor allem die in der Tongarinne, tatsächlich Fern- und vielleicht sogar Weltbeben veranlassen. Am 4/5. September 1908 verzeichneten europäische Erdbebenwarten als ausgeprägtes Fernbeben nicht das 8000 Kilometer entfernte Erdbeben von Portoriko, sondern einen unterseeischen Ausbruch, der das 4000 Kilometer entfernte, vulkanische Azorenmeer und in ihm den Dampfer „Martinique" erschütterte.

Als neuer Grund darf hinzugefügt werden, daß die Erscheinungen der Sonnentätigkeit gelegentlich dem von Milne für Erdbeben nachgewiesenen Gesetze der antipodalen Erregung gehorchen. Dieser Grund fällt um so mehr ins Gewicht, als das gleiche Verhalten am 27. August 1883 zwischen dem vulkanischen Krakatau-Ausbruch und dem unterirdischen Donner unter der westindischen Insel Grand-Cayman zutraf.

An der vorwiegenden Ausbruchnatur der Sonnentätigkeit kann ein Zweifel nicht mehr bestehen, seitdem Wirbelringe von photosphärischer Herkunft in der Korona auf spektrographischem Wege und seitdem die Hebung der Niveaus neugebildeter Sonnenflecken auf stereographischem Wege festgestellt sind. Ich führe dafür meine Mitteilungen in Nr. 4270 und Nr. 4267 der Astronomischen Nachrichten an. Die Größen-

ordnung des Emporwerfens jener Wirbelringe, mindestens 700000 Kilometer, stützt, im Gegensatz zu den Refraktionstheorien von Schmidt und anderen, die Realität der Protuberanzenausbrüche. Denn die Rekordfälle, die im Jahre 1907 von Rambaut gemessen und von Fox photographiert wurden, halten sich mit 522825 und 316900 Kilometer durchaus in ihrem Bereich. Sie gestatten deshalb, einen vorläufigen Maßstab zu gewinnen für die ungeheuren Kräfte, die bei solchen Gasausbrüchen aus dem Gasball der Sonne in Betracht kommen.

Die Ausbruchssäule des Krakatau, eine Rekordhöhe für den irdischen Vulkanismus, erreichte nur 27 Kilometer, nicht viel mehr als $^1/_{20000}$ der von Rambaut am 15. November 1907 gesehenen Projektion einer Ausbruchssäule am Sonnenrande. In diesem Blick gewinnt an Interesse die Richtung der öfters beobachteten, seit dem Jahre 1905 auch photographisch festgehaltenen Drehung der Sonnenflecken. Bisher habe ich sie als sehr vorwiegend antizyklonal gefunden. Wirbelerscheinungen sind nicht allein bei Vulkanausbrüchen, sondern in neuerer Zeit auch bei Erdbeben festgelegt worden. Bei zwei einander in mehr als einer Beziehung ähnelnden Erdbeben des Jahres 1907 — Jamaika Januar 14. und Luzon April 17. — erwiesen sich die Richtungen an dem Hauptherd als antizyklonal, an den Nebenherden als zyklonal.

Wenn auch weitere Schlüsse noch durch die Neuheit und Schwierigkeit solcher Beobtungen verboten erscheinen, darf doch schon jetzt an einer übereinstimmenden Gesetzmäßigkeit des solaren und des tellurischen Vulkanismus festgehalten werden.

In der Tat ist aus dem Gesamtmaterial der Erdbebenstatistik Jamaikas von Maxwell Hall ein Zusammenhang mit der Sonnentätigkeit gefolgert worden, der für den Vulkanismus der ganzen Erde aus dem Zusammenfallen der beiderlei ungewöhnlich starken und nachhaltigen Maximalepochen seit 1902 in lehrreicher Weise bestätigt wird.

Auch bei den übrigen Gliedern unseres Sonnensystems finden sich zweifellose Spuren vulkanischen Geschehens. Ich erinnere an die Kleinsche Theorie der Meteoreisensteine als vulkanische Bomben, an die Planetoiden als zersprengte Reste eines zwischen Mars und Jupiter vordem die Sonne umkreisenden Planeten. Sie markieren eine hochwichtige Grenze im Planetensystem. Die außerhalb dieser Grenze kreisenden Planeten Jupiter, Saturn, Uranus und Neptun weisen nur etwa $^1/_3$ des spezifischen Gewichtes der inneren Planeten auf. Ihre Albedo erreicht dafür nach Gore die dreifache des Planeten Mars. In beiden nähert sich ihre Natur der sichtlich in hohem Grade vulkanischen Natur der Sonne selbst.

Als Ursache liegt nahe der Mangel an flüssigem Wasser und deshalb der Mangel an dem Flüssigkeitsdruck, der in den Meeresteufen der Erdkugel die gewaltigsten Herde ihres Vulkanismus in heilsamen Schranken hält.

(Eingegangen 5. Oktober 1908.)

W. Krebs (Groß-Flottbek), Vereinfachungen im meteorologischen Instrumentar.

Einen billigen und bequemen Ersatz für ein Barometer bietet der von Dr. Bruns in Elberfeld entworfene, von mir durch Auswahl geeigneterer Ausmessungen, durch Anbringung einer Skala usw. vervollkommnete Druckmesser. Er besteht aus einer oben zugeschmolzenen Glaspipette, die teilweise mit Wasser gefüllt und unten durch eine langzylindrische Gummikappe tunlichst gasdicht abgeschlossen ist. Der kleine Apparat arbeitet nach dem Mariotteschen Gesetz. Die Schattentemperaturen weisen in geschlossenen Räumen im allgemeinen nicht so große Unterschiede auf, um die Ausdehnung der eingeschlossenen Luftblase wesentlich zu variieren. Sie steht vielmehr in dem Grade unter dem Einfluß der Luftdruckschwankungen, daß sie, bei fünfmonatiger Beobachtung, ein getreues, wenn auch stumpferes Abbild der gleichzeitig entworfenen Luftdruckkurve aus Aneroidbeobachtungen lieferte.

Für Verdunstungsmessungen mit dem Doppelthermometer, über die ich auf der Breslauer Tagung 1904 den gleichen Abteilungen vortrug, und für Feuchtigkeitsbestimmungen hat sich als sehr praktisch herausgestellt der Ersatz der Umwicklung des feuchten Thermometers durch einen kleinen, dem Thermometergefäß eigens angemessenen Strumpf, der aus feinster Baumwolle gehäkelt ist.

Instrumente der geschilderten Art werden nach meiner Angabe von der optischen Anstalt Campbell & Co. Nachfolger in Hamburg ausgeführt.

(Eingegangen 5. Oktober 1908.)

W. Krebs (Groß-Flottbek), Notwendigkeit des landeskundlichen Gesichtspunktes im naturwissenschaftlichen und physikalischen Unterricht.

Eine moderne Reform des Unterrichts kann auf keinem Gebiete den politischen, besonders den nationalen Gesichtspunkt unberücksichtigt lassen. Für den naturwissenschaftlichen Unterricht eröffnet sich da ein Anteil an der Förderung der Landeskunde. Der Wert dieses Gesichtspunktes ist von mir auf Grund eigener, langjähriger Erfahrung, die ich im reichsländischen Schuldienst sammeln konnte, in früheren Versammlungsvorträgen niedergelegt. Er gilt ähnlich für die dänischen Grenzgebiete, in besonders hervorragender Weise aber für die polnischen. Bei Gelegenheit der Polendebatten

wurde wiederholt auf schwere Schäden hingewiesen, die der deutschen Besiedelung und überhaupt der Germanisierung erwuchsen aus der geringen Bodenständigkeit der mittleren und höheren Schichten der deutschen Bevölkerung. Es wurden deshalb sogar Museen für Landeskunde vorgeschlagen. Als ein weit wirksameres Mittel erscheint ein auf die Landeskunde hin gerichteter Unterricht der höheren Schulen in den Realfächern. Für die beschreibenden Naturwissenschaften ist diese Richtung durch floristische, faunistische, erdgeschichtliche Gesichtspunkte gegeben, für die Chemie durch die Berücksichtigung der einheimischen Technologie. Für die Physik kommt das weite Feld der Geophysik in Betracht, vor allem die Witterungskunde. Was für die Grenzländer als notwendig erscheint, darf für die inneren Gebiete des Deutschen Reichs durchaus als sehr wünschenswert bezeichnet werden, schon um der auch bei höheren Ständen vielbeklagten Erscheinung der Landflucht willen. Unter den für die Vorbereitung der Kandidaten des höheren Lehramts in den Naturwissenschaften als notwendig vorgeschlagenen Fächern dürfen demnach Geographie und Geophysik in keinem Falle fehlen.

(Eingegangen 5. Oktober 1908.)

P. Debije (München), Das elektromagnetische Feld um einen Zylinder und die Theorie des Regenbogens.

§ 1. Die übliche äußerst zweckmäßige Methode der Behandlung der Beugungserscheinungen, wie sie von Fresnel erdacht und von Kirchhoff schärfer begründet wurde, besteht, wie heutzutage wohl allgemein anerkannt wird, aus einer einigermaßen willkürlichen Verschmelzung der theoretischen Grundlagen mit speziellen praktischen Erfahrungstatsachen. Ganz abgesehen von dem Interesse, welches unter diesen Umständen eine direkte Ableitung der Erscheinungen allein aus den (Maxwellschen) Grundgleichungen der Optik ohne Hinzunahme irgendwelcher sonstiger Hilfsmittel wohl beanspruchen dürfte, sind auch noch Gründe mehr praktischer Art vorhanden, die eine solche Behandlung wünschenswert erscheinen lassen. Unter diesen möchte ich an erster Stelle die Frage nach dem Einfluß des Materials der beugenden Schirme nennen, wie er z. B. von Gouy[1]), Wien[2]), Dubois und Rubens[3]), usw. beobachtet wurde und welcher bei der gewöhnlichen Behandlungsweise, die die Schirme stets als vollkommen absorbierend voraussetzt, natürlich aus der Betrachtung herausfallen muß. Weiterhin dürfte es sich zeigen, daß die direkte Methode nicht allein systematischer, sondern sogar einfacher zum Resultat führt. Schließlich sei noch hervorgehoben, daß man auf dem direktem Wege leichter diejenigen Näherungen ausführen kann, die in Betracht kommen, sobald die Dimensionen der beugenden Körper nicht mehr als außerordentlich groß gegen die Wellenlänge der auffallenden Strahlung betrachtet werden können und deren Berechnung nach der (erweiterten) gewöhnlichen Methode zum mindesten fraglich erscheint.

Zwei Arbeiten in der oben angedeuteten Richtung liegen meines Wissens vor, die erste von Sommerfeld[1]) verfaßte behandelt die Beugung am geradlinigen Rande eines vollkommen reflektierenden Schirmes, die zweite an der ersten anschließende von Schwarzschild[2]) die Beugung beim Spalt. Lösungen der Maxwellschen Gleichungen kennt man allerdings noch in verschiedenen anderen Fällen; so behandeln z. B. Rayleigh[3]) und Mie[4]) das elektromagnetische Feld um kugelförmige, Seitz[5]) und Ignatowsky[6]) um zylindrische Hindernisse. Die optische Verwertung der betreffenden Formeln hat aber ihre eigenartigen Schwierigkeiten. Es gelten zwar die in den genannten Arbeiten benutzten Reihenentwicklungen ganz allgemein für jedes beliebige Verhältnis Radius zur Wellenlänge; praktisch brauchbar sind dieselben indessen nur solange dieses Verhältnis klein gegen 1 bleibt, da die Zahl der zu berücksichtigenden Reihenglieder bei abnehmender Wellenlänge immer mehr ansteigt. Ich möchte nun im folgenden zeigen wie man unter Zuhilfenahme geeigneter Näherungsformeln für die in den oben gemeinten Reihen auftretenden Zylinderfunktionen, den optischen Grenzfall sehr kleiner Wellenlänge behandeln kann. Der Kürze halber wollen wir zunächst an dem möglichst einfach gewählten Beispiel des vollkommen reflektierenden Zylinders die Methode in ihren Hauptzügen erläutern. Die wesentlichen Punkte, auf die es bei dem dielektrischen Zylinder ankommt, sollen dann im letzten Paragraph hervorgehoben werden, wo auch auf ihren Zusammenhang mit der Theorie des Regensbogens kurz hingewiesen wird.

§ 2. Das elektromagnetische Feld um einen vollkommen reflektierenden Zylinder.

Man führe um die Achse des Zylinders vom Radius a Polarkoordinaten r, φ ein, während die in Richtung des Zylinders gemessene Koordinate z heiße und bestimme die Komponenten

1) Comptes rendus **96**, 697, 1883; **98**, 1573, 1884; **100**, 977, 1885; Ann. chim. phys. (6), **8**, 145, 1886.
2) Wied. Ann. **28**, 117, 1886.
3) Wied. Ann. **46**, 542, 1892; **49**, 593, 1893.

1) Math. Ann. **47**, 317, 1895.
2) Math. Ann. **55**, 177, 1902.
3) Phil. Mag. (4), **12**, 86, 1881.
4) Ann. d. Phys. **25**, 377, 1908.
5) Ann. d. Phys. **10**, 746, 1905; **19**, 554, 1906.
6) Ann. d. Phys. **18**, 495 u. 1078, 1905.

der elektrischen resp. magnetischen Feldstärke, in Richtung der wachsenden r-, φ-, z-Koordinaten gemessen, als reellen Teil der Größen $R e^{i\omega t}$, $F e^{i\omega t}$, $Z e^{i\omega t}$ resp. $P e^{i\omega t}$, $\Phi e^{i\omega t}$, $Z e^{i\omega t}$, wobei ω die Anzahl Schwingungen in 2π sec. bedeutet. In den vorher genannten Arbeiten wird dann gezeigt, daß falls die in der negativen x-Richtung einfallende Welle eine ebene geradlinig polarisierte ist, deren einzige elektrische Komponente in der z-Richtung liegt und den Wert hat:

$$Z = Z_0 = e^{i k x}, \tag{1}$$

mit $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$ (c = Lichtgeschwindigkeit, λ = Wellenlänge), die elektrische z — Komponente des hinzukommenden „Streufeldes" dargestellt wird durch die Formel:

$$Z = -\sum e^{i n \frac{\pi}{2}} \frac{\mathfrak{J}_n(ka)}{H_n(ka)} H_n(kr) \cos n\varphi. \tag{2}$$

Dabei bedeutet $\mathfrak{J}_n$ die gewöhnliche Besselsche und H_n, in der Nielsenschen Bezeichnungsweise, die zweite Hankelsche Zylinderfunktion, während das erste Glied der Summe halb zu nehmen ist.

Neben (2) möchte ich nun noch eine andere Darstellung in Integralform erwähnen, die für unsere Zwecke geeigneter erscheint und welche leicht unter Zuhilfenahme der Fourierschen Darstellung einer willkürlichen Funktion erhalten wird; sie lautet:

$$Z = -\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} d\beta e^{i k a \cos\beta} K, \tag{3}$$

wobei:

$$K = \int_0^{\infty} d\alpha \frac{H_\alpha(kr)}{H_\alpha(ka)} \cos\alpha\varphi \cos\alpha\beta. \tag{4}$$

Wie man sieht, ist die „charakteristische Funktion K" ganz unabhängig von der Art der einfallenden Welle, sie wird nur bestimmt durch die Eigenschaften des Zylinders. Man überzeugt sich z. B. leicht, daß die einzige Änderung beim Übergang vom vollkommen reflektierenden zum dielektrischen Zylinder darin besteht, daß in K die Größe $\frac{1}{H_\alpha(ka)}$ ersetzt wird durch

$$\frac{n\,\mathfrak{J}_\alpha'(nka) - i\,\mathfrak{J}_\alpha(nka)\cos\beta}{n\,H_\alpha(ka)\,\mathfrak{J}_\alpha'(nka) - H_\alpha'(ka)\,\mathfrak{J}_\alpha(nka)}, \tag{5}$$

wenn n den Brechungsexponent bedeutet.

Die Schwierigkeit, an der die Diskussion der Formeln bis jetzt scheiterte, tritt ebenso in der Integraldarstellung auf wie in der Reihenentwicklung; in beiden Fällen durchläuft nämlich der Index der Zylinderfunktionen sowohl Werte, die klein, wie auch solche, die vergleichbar und $\gg$ groß sind, gegen das Argument $ka = 2\pi\frac{a}{\lambda}$, das ja in den Fällen der Optik selbst eine große Zahl ist. Angesichts dieser Verhältnisse liegt es nun nahe, die Konstruktion von Näherungsformeln zu versuchen, die die Zylinderfunktionen asymptotisch ersetzen können für große Werte des Arguments bei beliebig veränderlichen Werten des Index. Solche Näherungsfunktionen, die in der Form semikonvergenter Reihen erscheinen und von denen die bekannten Hankelschen Entwicklungen einen Spezialfall bilden, habe ich nun in meiner Münchener Dissertation[1]) abgeleitet; das Resultat ist, was die erste Näherung anbelangt, folgendes:

Solange der Index α kleiner ist wie das Argument, gilt für unendlich wachsende Werte des letzteren:

$$H_\alpha(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x \sin\tau}}\, e^{i\frac{\pi}{4}} e^{-i x(\sin\tau - \tau\cos\tau)}, \tag{6}$$

wenn man den Hilfswinkel τ definiert durch die Formel

$$\cos\tau = \frac{\alpha}{x}; \tag{6'}$$

ebenso gilt für die gewöhnliche Besselsche Funktion

$$\mathfrak{J}_\alpha(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x \sin\tau}} \cos\left[x(\sin\tau - \tau\cos\tau) - \frac{\pi}{4}\right]. \tag{7}$$

Wird der Index größer wie das Argument, so gelten ähnliche Formeln, die zeigen, daß beide Funktionen mit wachsendem x wie eine Exponentialfunktion verschwinden.

Darauf hin wird man zunächst die Integration in (4) nur bis $\alpha = ka$ auszudehnen brauchen, auch wird man, wenn man sich in genügendem Abstand vom Zylinder befindet ($r \gg a$) $H_\alpha(kr)$ durch ihren (Hankelschen) Näherungswert

$$H_\alpha(kr) = \sqrt{\frac{2}{\pi kr}}\, e^{i\frac{\pi}{4}} e^{-ikr} e^{i\frac{\pi}{2}\alpha} \tag{8}$$

für den Fall $\alpha \ll kr$ ersetzen können. Die charakteristische Funktion (4) nimmt dann die Form an

$$K = \varrho\sqrt{\frac{a}{r}}\, e^{-ikr} \int_0^{\pi/2} e^{i\varrho(\sin\tau - \tau\cos\tau)} \cos(\varrho\varphi\cos\tau)\cos(\varrho\beta\cos\tau)\, e^{i\frac{\pi}{2}\varrho\cos\tau} \sin^{\frac{3}{2}}\tau\, d\tau, \tag{9}$$

wobei $\varrho = ka$ gesetzt wurde.

Drückt man noch das Produkt

$$e^{i\frac{\pi}{2}\varrho\cos\tau} \cos(\varrho\varphi\cos\tau)\cos(\varrho\beta\cos\tau)$$

in bekannter Weise durch die Summe von vier Exponentialfunktionen aus, so sieht man, daß die charakteristische Funktion sich aufbaut aus vier Integralen vom Typus

1) Über den Lichtdruck auf Kugeln von beliebigem Material.

$$\int_0^{\pi/\pi} e^{i\varrho\varphi(\tau)}\,\psi(\tau)\,d\tau, \qquad (10)$$

wobei $\varrho = 2\pi\frac{a}{\lambda}$ eine sehr große Zahl ist und sowohl $\varphi(\tau)$, wie $\psi(\tau)$ mit τ langsam veränderliche Funktionen bedeuten. Die näherungsweise Auswertung eines solchen Integrals erfolgt nun in einfachster Weise folgendermaßen: man führe zunächst $t = \varphi(\tau)$ als neue Variable ein, das Integral nimmt dann die Form an

$$\int_{\varphi(0)}^{\varphi(\pi/2)} e^{i\varrho t}\,\frac{\psi(\tau)}{\varphi'(\tau)}\,dt, \qquad (11)$$

wobei wieder $\frac{\psi(\tau)}{\varphi'(\tau)}$ eine langsam veränderliche Funktion von t bedeutet. Solange nun im vorgeschriebenen Integrationsintervall $\varphi'(\tau)$ nicht verschwindet, bleibt der Faktor $\frac{\psi(\tau)}{\varphi'(\tau)}$ stets endlich; dann verschwindet das Integral bekanntlich von der Ordnung $\frac{1}{\varrho}$, weil die Funktion $e^{i\varrho t}$ um so schneller oszilliert, je größer ϱ ist. Wird indessen $\varphi'(\tau)$ einmal Null im Intervall, sagen wir an der Stelle $\tau = \tau_0$ wie $(\tau = \tau_0)^{\lambda-1}$, so wird dort $\frac{\psi(\tau)}{\varphi'(\tau)}$ unendlich und die Umgebung dieser Stelle liefert den Hauptbeitrag zum Integral, welches jetzt nur mehr von der Ordnung $\varrho^{-\frac{1}{\lambda}}$ verschwindet. Man erhält den fraglichen Wert, indem man $\frac{\psi(\tau)}{\varphi'(\tau)}$ in der Umgebung der Stelle τ_0 nach Potenzen von $t - t_0$ (mit $t_0 = \varphi(\tau_0)$) entwickelt und die Integrationsgrenzen ins Unendliche verlegt. Da

$$t = \varphi(\tau) = \varphi(\tau_0) + \frac{(\tau-\tau_0)^2}{2}\varphi''(\tau_0) + \cdots, \qquad (12)$$

so erhält man in erster Näherung:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\psi(\tau)}{\varphi'(\tau)} &= \frac{\psi(\tau_0)}{(\tau-\tau_0)\varphi''(\tau_0)} = \\ &\frac{\psi(\tau_0)}{\sqrt{2\varphi''(\tau_0)}}\frac{1}{\sqrt{t-t_0}}\end{aligned}\right\}, \qquad (13)$$

womit dann der fragliche Wert zurückgeführt ist auf das Integral:

$$\int_{t_0}^{\infty} e^{i\varrho t}\frac{dt}{\sqrt{t-t_0}} = e^{i\varrho t_0}\sqrt{\frac{\pi}{i\varrho}}. \qquad (14)$$

Bedenkt man, daß in den Teilintegralen von (9) im Exponenten die Integrationsvariable β vorkommt, die von $-\infty$ bis $+\infty$ gehen kann, so sieht man, daß es von dem jeweiligen Werte dieser Größe abhängen wird, ob die charakteristische Funktion endlich ist oder wie $\sqrt{\varrho}$ mit wachsendem ϱ unendlich wird. Die Ausrechnung ergibt nun das Resultat: geht man auf der β-Achse von $-\infty$ bis $+\infty$, so ist in der Grenze für sehr große Werte von ϱ die Funktion K im allgemeinen endlich für endliche Werte von β, nur für

$$-\varphi - \pi/2 < \beta < -\varphi + \pi/2$$

und

$$\varphi - \pi/2 < \beta < \varphi + \pi/2$$

ist sie groß von der Ordnung $\varrho^{1/2}$. Im ersten Intervall hat sie den Wert

$$K = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{a}{r}}\,e^{-i\left(kr+\frac{\pi}{4}\right)}\sqrt{\frac{\pi\varrho}{2}}\,e^{i\varrho\cos(\beta+\varphi)}\cos(\beta+\varphi) \qquad (15)$$

und im zweiten

$$K = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{a}{r}}\,e^{-i\left(kr+\frac{\pi}{4}\right)}\sqrt{\frac{\pi\varrho}{2}}\,e^{i\varrho\cos(\beta-\varphi)}\cos(\beta-\varphi). \qquad (15')$$

In erster Näherung ist also K eine unstetige Funktion, deren Werte wir nur in den genannten Gebieten in Betracht zu ziehen brauchen.

Setzt man nun die eben angegebenen Werte (15) und (15′) in (3) ein, so erhält man die Z-Komponente wieder in Form eines Integrals vom Typus (10), das genau in der vorher angegebenen Weise ausgewertet wird und das Resultat liefert:

$$Z = -\sqrt{\frac{a\cos\varphi/2}{2r}}\,e^{-ik(r-2a\cos\varphi/2)}. \qquad (16)$$

Man überzeugt sich leicht, daß (16) übereinstimmt mit dem, was man nach den Gesetzen der geometrischen Optik erwarten muß. Überdies zeigt aber die Integraldarstellung, daß in der Nähe von $\varphi = \pi$ der Exponent von e auch für große Werte von ϱ, keine große Zahl ist, so daß hier der Wert des Integrals anders bestimmt werden muß; dies entspricht den Beugungserscheinungen an der Schattengrenze. Schließlich sei nochmals hervorgehoben, daß die Wertbestimmung (15) und (15′) für K ganz unabhängig von der Art der einfallenden Welle ist, deren Beschaffenheit erst bei der Ausrechnung des zweiten Integrals (3) in Frage kommt und z. B. bei der vorher betrachteten ebenen Welle durch den angegebenen Integranden $e^{i\varrho\cos\beta}$ repräsentiert wird.

§ 3. Der dielektrische Zylinder.

Der einzige Unterschied gegen den vollkommen reflektierenden Zylinder besteht, wie im vorigen Paragraphen angegeben, darin, daß in der charakteristischen Funktion

$\frac{1}{H_n(\varrho)}$ $\left(\varrho = ka = 2\pi\frac{a}{\lambda}\right)$

ersetzt wird durch den Ausdruck (5). Mit demselben Recht wie vorher, wird man jetzt bei der Ausrechnung von K wieder nur bis $\alpha = \varrho$, d. h. $\tau = 0$ integrieren und die Zylinderfunktionen durch ihre Näherungen ersetzen. Der Ausdruck (5) nimmt dann die Form an:

$$\sqrt{\frac{\pi\varrho\sin\tau}{2}}\, e^{i\left(f-\frac{\pi}{4}\right)}\left[(n\sin\tau_1-\cos\beta)-(n\sin\tau_1+\cos\beta)\,e^{-2i\left(nf_1-\frac{\pi}{4}\right)}\right], \quad (17)$$
$$(n\sin\tau_1+\sin\tau)-(n\sin\tau_1-\sin\tau)\,e^{-2i\left(nf_1-\frac{\pi}{4}\right)}$$

wenn man neben dem durch $\cos\tau = \frac{\alpha}{\varrho}$ definierten Winkel τ noch den durch $\cos\tau_1 = \frac{\alpha}{n\varrho}$ definierten Winkel τ_1 einführt und zur Abkürzung setzt:

$$f = \sin\tau - \tau\cos\tau\,, \quad f_1 = \sin\tau_1 - \tau_1\cos\tau_1\,. \quad (17')$$

Da $\frac{n\sin\tau_1-\sin\tau}{n\sin\tau_1+\sin\tau}$ im ganzen Integrationsintervall kleiner wie 1 bleibt, liegt es nahe, den Bruch nach Potenzen der Größe

$$\frac{n\sin\tau_1-\sin\tau}{n\sin\tau_1+\sin\tau}\,e^{-2i\left(nf_1-\frac{\pi}{4}\right)}$$

zu entwickeln und dann die auftretende Reihe gliedweise auszuwerten. Dieses geschieht nach dem Schema des vorigen Paragraphen, da die Glieder alle dem Typus (10) angehören. Man kann sich nun überzeugen, daß die verschiedenen Glieder Werte für die Z-Komponente erzeugen, die den aufeinander folgenden Reflektionen und Brechungen entsprechen, mit denen man in der geometrischen Optik rechnet. Zugleich sind natürlich Intensität und Polarisationszustand zahlenmäßig festgelegt. Es möge hier unterbleiben das Gesagte näher auszuführen und zu begründen, es soll nur noch kurz gezeigt werden, wie auch die Erscheinungen des Regenbogens sich schon in dem Verhalten der charakteristischen Funktion ankündigen. Betrachtet man z. B. das zweite Glied der Reihe, in die man (17) entwickelt hat, und bildet nach (13) den zweiten Differentialquotienten des Exponenten nach τ genommen, so sieht man, daß derselbe sich bewegt zwischen den Größen

$$1 \quad \text{und} \quad 1-\frac{2}{n},$$

während β dasjenige Intervall durchläuft, in dem die charakteristische Funktion sich wie $\varrho^{1/3}$ verhält und deshalb zu berücksichtigen ist. Sobald also $n < 2$ ist, wird in diesem Intervall $\varphi''(\tau_0)$ einmal Null. Da nach (13) die Größe $\frac{1}{\sqrt{\varphi''(\tau_0)}}$ als Faktor bei K vorkommt, so würde das heißen, daß in dem betrachteten Intervall die charakteristische Funktion einmal unendlich wird. Diesem Verhalten entspricht eine unendliche Anhäufung der Energie, die man auch aus der geometrischen Optik in der Richtung des ersten Regenbogens ableiten würde. Die Formeln zeigen indessen, daß die so geführte Rechnung falsch ist und liefern in Wirklichkeit für das Integral in K ein Verhalten wie $\frac{1}{\varrho^{1/3}}$. Die genauere Diskussion der Verhältnisse in der unmittelbaren Umgebung dieser Stelle liefert dann weiter die Beugungserscheinungen, wie diese als sogenannte sekundäre Regenbogen beobachtet werden.

Schließlich sei noch hervorgehoben, daß die Übertragung auf Kugeln in der analogen Form ohne Schwierigkeiten möglich ist.

(Eingegangen 6. Oktober 1908.)

M. Laue (Berlin), Das Additionstheorem der Entropie [1]).

Der Satz, den wir als das Additionstheorem der Entropie bezeichnen wollen, daß nämlich die Entropie eines Systems gleich der Summe der Entropien seiner (räumlich nebeneinander liegenden) Teile ist, findet sich schon in den ersten Grundlagen der Thermodynamik. Freilich ist es an ihm unwesentlich, daß sich die Entropie des Ganzen additiv aus den Einzelentropien zusammensetzt; wesentlich ist nur, daß man sie überhaupt aus ihnen berechnen kann. Denn die Thermodynamik könnte statt der Entropie geradesogut eine beliebige Funktion von ihr benutzen, wenn diese sich nur immer in demselben Sinne ändert, wie ihr Argument. Diese würde im Grunde dasselbe leisten wie die Entropie; nur würde ihr Additionstheorem anders, und zwar weniger einfach lauten. Aber auf jeden Fall könnte man sie auch für ein System berechnen, sowie man ihre Werte für seine Teile kennt.

Das Additionstheorem findet sich, wie gesagt, schon in den ersten Grundlagen der Thermodynamik. Es dient nämlich beim Beweise des zweiten Hauptsatzes zur Definition der Entropie eines inhomogenen Körpers [1]). Es gilt also jedenfalls ebenso weit, wie die thermodynamische Definition der Entropie E durch die Differentialgleichung:

1) Vgl. M. Laue, Ann. d. Phys. **20**, 365, 1906; **23**, 1 und 795, 1907; sowie Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **9**, 606, 1907.

1) Vgl. M. Planck, Vorl. über Thermodynamik, Leipzig 1897, S. 85, letzter Absatz und S. 92.

$$dE = \frac{1}{T}(dU + p\,dV),$$

(T bedeutet Temperatur, U Energie, p Druck, V Volumen), z. B. auch für die stationäre Hohlraumstrahlung. Bekanntlich ist dies aber nicht ihre allgemeinste und tiefste Definition. Nach der kinetischen Vorstellung von der Materie gibt es Zustände, welche nicht ungeordnet genug sind, um ihnen einen bestimmten Druck und bestimmte Temperatur zuzuschreiben. Dagegen umfaßt auch diese Fälle Boltzmanns Verknüpfung von Wahrscheinlichkeit und Entropie durch die Gleichung:

$$E = k \log W,$$

wo k eine universelle Konstante ist. Die Wahrscheinlichkeit W ist dabei die Anzahl aller bei einem und demselben Zustand möglichen Komplexionen.

Mit dieser Erweiterung des Gültigkeitsbereichs des Entropiebegriffs wächst auch der des Additionstheorems. Denken wir uns ein materielles System aus zwei Teilen bestehend, so muß für den ersten Teil die Gleichung:

$$E_1 = k \log W_1,$$

für den zweiten

$$E_2 = k \log W_2$$

gelten. Nun ist aber jede Verteilung der Molekeln nach Lage und Geschwindigkeit im ersten Teil mit jeder Verteilung der Molekeln im zweiten Teil verträglich. Die Zahl W aller Komplexionen, welche denselben Zustand des Ganzen ergeben, setzt sich daher aus den Zahlen W_1 und W_2 aller Komplexionen, welche im ersten und im zweiten Teil bei den vorgeschriebenen Zustand möglich sind, nach dem Multiplikationsgesetz

$$W = W_1 \cdot W_2$$

zusammen. Dies ist aber die notwendige und hinreichende Bedingung für das Additionstheorem

$$E = E_1 + E_2.$$

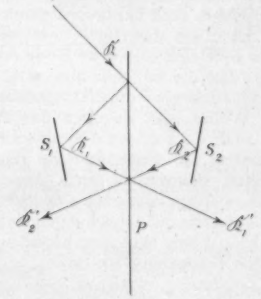
Es gilt daher für alle Zustände der Materie.

Dennoch gilt es nicht allgemein, bei Strahlenbündeln liegen die Verhältnisse ganz anders. (Nebenbei sei bemerkt, daß sich die Differentialgleichung $dE = \frac{1}{T}(dU + p\,dV)$ nicht auf solche instabile Strahlungszustände übertragen läßt.) Offenbar ist ein polarisiertes Strahlenbündel nicht nur in seinem thermodynamischen Zustand, sondern in allen Einzelheiten durch seine Schwingungsform bestimmt. Kohärente Strahlenbündel stimmen aber hierin überein, sie können sich nur noch in der Amplitude der Schwingungen unterscheiden. Obwohl wir also die Anzahl der Komplexionen W bisher nicht wahrscheinlichkeitstheoretisch zu berechnen vermögen, können wir sie unmöglich als unabhängig im Sinne der Wahrscheinlichkeitsrechnung bezeichnen, können daher die Gleichung

$$W = W_1 \cdot W_2$$

nicht für ein System aus kohärenten Strahlenbündeln gelten lassen. Wir werden daher bei solchen Strahlen ein eigenartiges thermodynamisches Verhalten zu erwarten haben.

Um sich davon zu überzeugen, genügt ein einfacher Interferenzversuch. Auf eine absorptionsfreie, planparallele Platte P trifft ein



monochromatisches, in der Einfallsebene oder senkrecht zu ihr polarisiertes Strahlenbündel von der spezifischen Intensität $\mathfrak{K}$. Ist r das Reflexionsvermögen der Platte, so sind die Intensitäten des gespiegelten und des gebrochenen Strahlenbündels:

$$\mathfrak{K}_1 = r\mathfrak{K},$$
$$\mathfrak{K}_2 = (1 - r)\,\mathfrak{K}.$$

Diese sollen nun auf zwei ebene, vollkommen reflektierende, zu Platte P symmetrisch gelegene Spiegel S_1 und S_2 fallen, welche sie in derselben Einfallsebene, aber unter anderem Einfallswinkel auf die Platte zurückwerfen. Ist r' das Reflexionsvermögen bei der zweiten Spiegelung, so entstehen dabei durch Interferenz zwei Strahlenbündel von den spezifischen Intensitäten:

$$\mathfrak{K}_1' = \{r(1 - r') + r'(1 - r) + 2\sqrt{rr'(1 - r)(1 - r')}\}\,\mathfrak{K},$$
$$\mathfrak{K}_2' = \{rr' + (1 - r)(1 - r') - 2\sqrt{rr'(1 - r)(1 - r')}\}\,\mathfrak{K};$$

denn in dem ersteren interferieren zwei Strahlenbündel mit dem Gangunterschied Null, deren Intensitäten einzeln gleich $r(1 - r')\,\mathfrak{K}$ und $r'(1 - r)\,\mathfrak{K}$ wären; und ferner muß des Energieprinzips wegen

$$\mathfrak{K}_1' + \mathfrak{K}_2' = \mathfrak{K}_1 + \mathfrak{K}_2 = \mathfrak{K}$$

sein.

Nehmen wir nun

$$r = r'$$

und

$$\frac{1}{4} < r < \frac{3}{4}$$

an, so läßt sich leicht zeigen, daß

$$|\mathfrak{K}_1' - \mathfrak{K}_2'| > |\mathfrak{K}_1 - \mathfrak{K}|.$$

Wenn sich aber die Intensität eines Strahlenbündels auf Kosten des anderen vergrößert, so wächst dabei ihr Temperaturunterschied. Die Temperaturdifferenz kohärenter Strahlenbündel läßt sich demnach durch Interferenzvorgänge ohne jede Kompensation vergrößern.

Man sieht hier unmittelbar einen auffälligen Gegensatz zur Thermodynamik körperlicher Systeme. Aber auch bei inkohärenten Strahlenbündeln ist etwas derartiges unmöglich; denn bei ihnen läßt sich aus dem Additionstheorem beweisen, daß die Entropie abnimmt, wenn bei konstanter Energie die Temperaturdifferenz wächst. Wollte man dagegen das Additionstheorem auch für kohärente Strahlenbündel aufrecht erhalten, so käme man in Widerspruch zum zweiten Hauptsatz. Auch diese optische Überlegung zwingt also dazu, es aufzugeben.

Die angegebenen Gleichungen lehren aber noch mehr. Wählt man den Einfallswinkel bei der zweiten Spiegelung so, daß

$$r' = 1 - r$$

wird, so wird

$$\mathfrak{K}_1' = \mathfrak{K}, \qquad \mathfrak{K}_2' = 0,$$

d. h. zwei kohärente Strahlenbündel setzen sich durch Interferenz zu einem einzigen zusammen. Die zweite Spiegelung und Brechung macht die erste vollkommen rückgängig. Spiegelung und Brechung ist daher ein umkehrbarer Vorgang, falls sie nicht mit Absorption verknüpft ist. Es folgt daraus, daß die Entropie zweier kohärenter Strahlenbündel gleich der desjenigen ist, in welches sie sich umwandeln lassen. Ist die letzere

$$E = \sigma L(\mathfrak{K}),$$

(L ist eine universelle Funktion, σ hängt von den geometrischen Bestimmungsstücken des Strahlenbündels ab), so ist

$$E = \sigma L(\mathfrak{K}_1 + \mathfrak{K}_2)$$

die Formel für die Berechnung der Entropie zweier kohärenter Strahlenbündel von den spezifischen Intensitäten $\mathfrak{K}_1$ und $\mathfrak{K}_2$. Handelt es sich um mehr als zwei, so lautet sie:

$$E = \sigma L(\Sigma \mathfrak{K}).$$

Man sieht aus ihr, daß sich die Entropie des Systems nicht aus dem der Teile berechnen läßt. Denn sind auch

$$E_1 = \sigma L(\mathfrak{K}_1)$$
$$E_2 = \sigma L(\mathfrak{K}_2)$$

bekannt, so kennt man des Faktors σ wegen noch nicht $\mathfrak{K}_1$ und $\mathfrak{K}_2$.

Eine Folgerung hieraus ist, daß der Begriff der Umkehrbarkeit die bisherige absolute Bedeutung verliert. Es gibt Vorgänge, welche je nach dem System, in dem sie sich abspielen, umkehrbar sind oder nicht. Dazu gehört z. B. die Absorption eines Strahlenbündels durch einen schwarzen Körper von gleicher Temperatur. Dieser emittiert, während er es absorbiert, ein ihm in allen thermodynamischen Bestimmungsstücken gleiches; der Vorgang läßt daher die Entropie ungeändert und ist umkehrbar, wenn zu dem absorbierten Strahlenbündel nicht noch ein kohärentes besteht. In diesem Fall dagegen wächst die Entropie der Strahlenbündel infolge der Vernichtung der Kohärenz von $\sigma L(\mathfrak{K}_1 + \mathfrak{K}_2)$ auf $\sigma(L(\mathfrak{K}_1) + L(\mathfrak{K}_2))$, und der Vorgang ist irreversibel. In der Tat lassen sich nun die beiden Strahlenbündel nicht mehr durch Interferenz vereinigen.

Zum Schluß sei bemerkt, daß sich diese Überlegungen auch zur Berechnung der Entropie partiell kohärenter Strahlenbündel anwenden lassen. Diese Formel vermittelt den stetigen Übergang von dem für inkohärente Strahlenbündel geltenden Additionstheorem zu dem obigen, für kohärente abgeleiteten Gesetz.

(Eingegangen 23. September 1908.)

Georg Meyer (Köln), Demonstration einer neuen Saug- und Druckluftpumpe nach Gaede.

Meine Herren! Ich möchte Ihnen heute eine neue Luftpumpe vorführen. Diese Pumpe ist von Dr. Gaede zunächst zur bequemen Erzeugung des Vorvakuums bei seiner rotierenden Quecksilberluftpumpe konstruiert worden. Sie eignet sich aber hervorragend für alle im physikalischen Laboratorium und Auditorium vorkommenden Versuche und wird daher sicher Ihr Interesse gewinnen. Sie sehen hier, daß die Pumpe wenig Raum einnimmt; der kleine Antriebsmotor ist zusammen mit dem Pumpwerkchen auf einer gemeinsamen Grundplatte montiert, so daß der ganze Apparat ein handliches Ganze bildet. Die Stärke des Motors beträgt ca. $^1/_{10}$ PS. und er läßt sich leicht an jede Lichtleitung anschließen, da sein Stromverbrauch minimal ist (bei 110 Volt ca. 1 Ampere).

Der Hauptvorzug dieser Kapselpumpe besteht aber in der glänzenden Wirkung, und ich will Ihnen davon sogleich einen Beweis liefern. Die Pumpe ist mit einem Rezipienten von 4 Liter Inhalt verbunden. Das darin angebrachte Manometer zeigt, wie das Vakuum fortschreitet und gestattet ohne weiteres einen Vergleich mit anderen Systemen.

Auf welche Weise diese Leistung erzielt wird, will ich Ihnen kurz an der Hand einer Konstruktionszeichnung erläutern (Figur). Die Figur links stellt einen Schnitt senkrecht zur Achse, und die rechte den vertikalen Schnitt

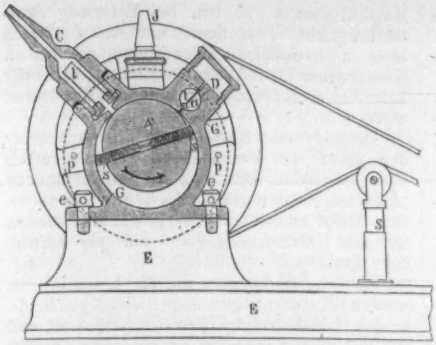


Fig. 1.

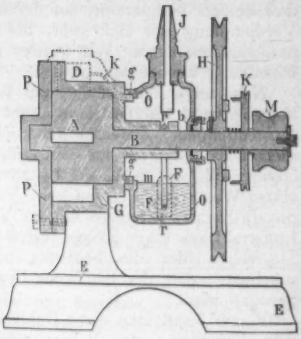


Fig. 2.

längs der Achse dar. In dem durch die Platte P luftdicht abgeschlossenen zylindrischen Raume dreht sich exzentrisch gelagert der massive Zylinder A, und zwar in dem Drehungssinne, den der Pfeil angibt. Die mit C bezeichnete Öffnung dient zum Anschluß an den Rezipienten. Zum Schutze gegen das Eindringen von Fremdkörperchen ist bei l ein feinmaschiges Drahtsieb angebracht. Der massive Stahlzylinder A enthält 2 Schieber s, welche radial angeordnet sind und durch Federkraft auseinander gepreßt werden. Sie legen sich daher mit Druck an die Gefäßwandung an und schließen auch mit den ebenen Begrenzungsflächen des zylindrischen Hohlraumes dicht ab, so daß sie den sichelförmigen leeren Raum in 2 Teile teilen. Bei der Drehung drücken nun die Schieber abwechselnd den ganzen Luftinhalt des Hohlraumes dem Ventil D zu, indem sie gleichzeitig hinter sich eine Luftleere erzeugen, welche durch die Bohrung C dem Rezipienten die Luft entnimmt.

Das Ventil D öffnet sich schon bei geringem Überdruck und läßt die Luft durch den Kanal k, der durch Zirkularprojektion in dem Längsschnitt sichtbar gemacht und deshalb punktiert angedeutet ist, in das Gefäß Q gelangen. Hier laufen die von dem Luftstrom mitgerissenen Öltröpfchen an der inneren Wandung ab und sammeln sich unten im Becken Q, welches zugleich als Ölbehälter für die selbsttätige Schmierung dient. Die Luft entweicht durch die Öffnung J. Etwa mit dem Luftstrom eingesaugte Feuchtigkeit vermischt sich mit dem Öl und sammelt sich mit diesem in dem Behälter Q. Die Feuchtigkeit setzt sich infolge ihrer spezifischen Schwere unterhalb des Ölvorrates ab, und wird so für den weiteren Betrieb unschädlich; denn das umlaufende Öl wird von der Oberfläche entnommen.

Die konstruktive Anordnung läßt leicht erkennen, daß sich das Kapselwerk wie zum Saugen auch zum Drücken verwenden lassen muß, indem man in die Öffnung C die atmosphärische Luft frei eintreten läßt, und den Druckluftstrom bei dem Auslaß J entnimmt. Auch das will ich Ihnen in einigen Experimenten zeigen.

Um die Kapselpumpe als Vorpumpe für Gaedes rotierende Quecksilberluftpumpe zu gebrauchen, ist ein Schnurlauf K vorgesehen, welcher mit der Gaedepumpe durch einen Rundriemen verbunden wird. Er sitzt mit leicht ein- und ausschaltbarer Reibungskupplung auf der Achse des Pumpwerkes. Zum Betriebe der Gaedepumpe hat man also zuerst den Motor einzuschalten und zu warten, bis das Manometer an der Pumpenarmatur ein genügendes Vakuum zeigt. Dann rückt man die Kupplung ein, und die Quecksilberpumpe ist in Betrieb.

Sie sehen hier ein solches Aggregat rotierender Luftpumpe zusammengestellt. Das von der Kapselpumpe geleistete Vakuum ist an der äußeren Quecksilbersäule des Ventilmanometers, das von der Quecksilberpumpe geleistete an dem Stande des Quecksilbers in dem inneren Röhrchen zu erkennen. Ein besseres Urteil über das Feinvakuum hat man durch die Entladungserscheinungen. Deshalb ist hier ein Universalentladungsrohr aufgesetzt, durch welches der sekundäre Strom eines Induktoriums geht. Das Arbeiten gestaltet sich auf diese Weise sehr bequem.

Einen Versuch über latente Verdampfungswärme, der sonst leicht mißlingt, will ich Ihnen mit der neuen Kapselpumpe noch demonstrieren. Derselbe zeigt auch, daß die Pumpe Wasserdämpfe verträgt. Der obere Behälter dieses Glasapparates ist mit etwas Wasser, der untere Raum mit konzentrierter Schwefelsäure gefüllt. Im Vakuum geschieht das Verdampfen des Wassers mit solcher Heftigkeit,

daß dessen Temperatur, auf deren Kosten die Verdampfung vor sich geht, bis zum Gefrierpunkt sinken kann. Wir werden hier also die Eisbildung beobachten können.

Nun zeige ich Ihnen die Wirkung der Kapselpumpe als Druckluftpumpe in einigen Anwendungen. Zunächst habe ich hier einen kleinen Ball, den ich auf dem Luftstrahl tanzen lassen will, wie man ein Ei oder dergl. auf einem Wasserstrahl tanzen läßt. Von größerem physikalischen Interesse ist der Versuch, den Luftstrahl aus einer Ebene austreten zu lassen. Sie sehen hier die bekannte paradoxe Erscheinung, daß der Ball vom Druckstrom angezogen wird.

Ferner kann man einen Gebläsebrenner mit dem Luftstrome der Pumpe versorgen. Zu diesem Zwecke hat Dr. Gaede einen besonderen Injektor angegeben, welcher ähnlich wie ein Bunsenbrenner benachbarte Luft mit in den Strom hineinzieht, und so die geförderte Luftmenge vergrößert. Der Luftinjektor ist auch bei der Benutzung des Luftstromes für akustische Demonstrationen (Pfeifen, Sirenen etc.) von Vorteil.

Diskussion.

König (Gießen): Ich möchte doch fragen, was die Pumpe kostet.

Meyer: 600 Mark.

(Eingegangen 7. Oktober 1908.)

W. Voigt (Göttingen), Eine Einwirkung natürlich aktiver Körper auf das an ihnen reflektierte Licht (nach Beobachtungen von K. Försterling).

Die bekannten Beobachtungen von Kerr, die später von Righi, Sissingh, Dubois, Drude, Zeeman u. a. erweitert worden sind, haben einen Einfluß der magnetischen Rotationspolarisation auf das an den aktiven Körpern reflektierte Licht sichergestellt.

Ein spezieller Fall, den ich denjenigen der meridionalen Beobachtung nenne, sei besonders hervorgehoben (Fig. 1). Hier handelt es sich um

Fig. 1.

einen Spiegel s aus einem ferromagnetischen Metall, der zwischen den Polen N, S eines Magneten befestigt ist, und um Licht, das in einer Ebene reflektiert wird, welche den Kraftlinien parallel liegt. Ist das einfallende Licht parallel oder normal zur Einfallsebene polarisiert und der Analysator vor der Erregung des Magneten auf dunkel gestellt, so tritt bei Erregung Aufhellung ein. Dies deutet auf das Auftreten einer zu der einfallenden Schwingung normalen Komponente im reflektierten Lichte, die in der Literatur als Kerrsche Komponente bezeichnet wird.

Die Kerrsche Komponente ist auch unter den günstigsten Verhältnissen außerordentlich klein; sie erreicht kaum $^1/_{100}$ der zur einfallenden parallelen, reflektierten Komponente; ihre Intensität bleibt sonach unter $^1/_{10000}$ der einfallenden und ihre Untersuchung bildet ein sehr schwieriges Problem.

Ähnliche Wirkungen, wie die beschriebene, werden bei andersartigen Magnetisierungen beobachtet. Die Abhängigkeiten der Amplitude und der Phase der Kerrschen Komponente von der Magnetisierungsrichtung, sowie von dem Einfallswinkel sind sehr kompliziert; um ihre vollständige Theorie ist lange gekämpft worden. Ansätze von Drude haben keine Übereinstimmung mit der Beobachtung gegeben, solche von Goldhammer und Leatham sind gut bestätigt worden. Die allgemeine (Elektronen-) Theorie der magnetischen Erscheinungen, die ich vertreten habe, stimmt in ihren Resultaten mit denen von Leatham und Goldhammer merklich überein.

Die Vergleichung mit der Beobachtung leidet unter der prinzipiellen Schwierigkeit, daß die allgemeine Theorie der Metallreflexion noch nicht ganz abgeschlossen ist. Wir kennen die Gesetze dieser Erscheinung sehr genau für eine bestimmte Farbe, aber die Dispersionsgesetze sind noch nicht recht klar. Während bei selektiv absorbierenden Medien die Darstellung von Absorption und Brechungsindex mit Hilfe der bekannten zuerst von Maxwell und Helmholtz gegebenen, von Drude aus der Elektronentheorie gewonnenen Formeln in sehr befriedigender Weise geschieht, ist Analoges bezüglich der Metalle bisher noch nicht gelungen.

Nun verhält sich die Substanz des magnetisch erregten Spiegels (bei Kerr) bekanntlich durchaus analog einem natürlich aktiven Körper. In jeder Richtung, die nicht allzuweit von derjenigen der Kraftlinien abweicht, pflanzen sich zwei in Annäherung zirkular schwingende Wellen fort. Es war also sicher zu erwarten, daß auch das an natürlich aktiven Körpern reflektierte Licht ein Kerr-Phänomen zeigen müßte. Nach demselben ist mehrfach, aber bisher vergeblich gesucht worden, und die Theorie läßt auch erkennen, daß die Wirkung der Aktivität in dem Falle natürlich drehender Körper im allgemeinen sehr klein sein muß; bleibt doch auch die natürliche Drehung stets weit hinter der erreichbaren magnetischen in Eisen, Nickel, Kobalt zurück.

Der Nachweis einer solchen Wirkung der

natürlichen Aktivität auf das reflektierte Licht würde nun aber doch einiges Interesse haben. Einmal würde dadurch überhaupt eine neue Prüfung der Theorie der natürlich drehenden Körper gewonnen werden, und diese Theorie steht noch keineswegs so fest, daß eine solche Prüfung nicht erwünscht wäre. Sodann aber könnte eine Vergleichung mit der Theorie auch in weiterem Umfange, als bei dem Kerr-Effekt vorgenommen werden, weil, wie gesagt, bei den selektiv absorbierenden Medien die Gesetze von Dispersion und Absorption (welche auch der Theorie der Aktivität zugrunde zu legen sind) ziemlich vollständig bekannt sind. Dies hat mich veranlaßt, das Problem der Einwirkung der natürlichen Aktivität eines nicht metallisch absorbierenden Körpers auf das reflektierte Licht nochmals und auf neue Weise der Untersuchung zu unterwerfen.

Ich ging dabei von der bekannten Erfahrung aus, daß die Dispersion und ebenso die Doppelbrechung eines Mediums außerordentlich stark wirksam wird, wenn der Lichtstrahl die Grenzfläche nahe bei dem Winkel der beginnenden totalen Reflexion durchsetzt. Diese Tatsache beruht darauf, daß in der aus dem Brechungsgesetz $\sin\varphi = n \sin\psi$ folgenden Gleichung:

$$\cos\varphi\,\delta\varphi = n\cos\psi\,\delta\psi,$$

$\delta\psi$ unendlich groß werden muß, wenn $\cos\psi$ verschwindet. Es war demgemäß denkbar, daß auch die Wirkung der zirkularen Doppelbrechung auf das reflektierte Licht ausnahmsweise stark werden möchte, wenn die Reflexion in der Nähe der beginnenden totalen Reflexion stattfände.

Einer meiner Schüler, Herr Försterling, hat die betreffende Rechnung auf Grund der von mir aufgestellten Differentialgleichungen für natürlich aktive Körper durchgeführt [1]).

In dem Grenzfall, daß von den beiden in dem aktiven Medium fortgepflanzten Wellen die eine parallel der Grenze fortläuft (d. h. eben total reflektiert wird), die andere aber noch ganz flach eindringt, ist die Rechnung, wie das Resultat sehr einfach. Man erhält hier für die Amplitude R_ρ der Kerrschen Komponente, die dem normal zur Einfallsebene polarisierten einfallenden Licht mit der Amplitude E_s entspricht, den Ausdruck

$$R_\rho = \frac{-2iNN'\gamma_1 E_s}{(N^2+N'^2)\gamma_1 + 2NN'\gamma}, \quad i=\sqrt{-1}.$$

Hierin bezeichnet N den Brechungsindex des ersten, N' den mittleren Brechungsindex des zweiten (aktiven) Medium; γ ist der Kosinus des Einfallswinkels, γ_1 derjenige des Brechungswinkels der nicht total reflektierten Welle. Eine analoge Formel gilt für die Kerrsche Komponente, wenn das einfallende Licht parallel zur Einfallsebene polarisiert ist.

Bezeichnen n_1 und n_2 die Brechungsindizes der beiden im aktiven Medium fortschreitenden zirkularen Wellen (wobei $N' = {}^1/_2(n_1+n_2)$), so ergibt sich unter der gemachten Annahme, wie leicht erkennbar:

$$\gamma_1 = \sqrt{2(n_1-n_2)/n_1}.$$

Daß sich hier R_ρ (resp. R_s) mit der Wurzel aus $(n_1-n_2)/n_1$ proportional findet, ist der erste vorteilhafte Umstand. Denn $(n_1-n_2)/n_1$ hat bei den natürlich aktiven Körpern überaus kleine Werte; bei Quarz längs der optischen Achse beträgt derselbe rund 0,00005, bei Natriumchlorat ist er nur ungefähr der siebente Teil hiervon. Für γ_1 ergibt sich jedoch etwa ${}^1/_{100}$ resp. ${}^1/_{260}$.

Nun bietet aber die Formel für R_ρ noch einen weiteren Vorteil; sie zeigt, daß man R_ρ (resp. R_s) sehr wesentlich steigern kann, indem man γ klein, d. h. den Einfallswinkel, bei dem die totale Reflexion eintreten soll, groß macht. Dies erfordert die nahe Gleichheit des Brechungsindex des ersten und des zweiten Medium, somit auch von N und N'; d. h., man muß die Beobachtung nicht in Luft vornehmen, sondern in einer geeignet gewählten Flüssigkeit. Hiernach reduziert sich die obige Formel für R_ρ auf

$$R_\rho = -\frac{i\gamma_1 E_s}{\gamma_1+\gamma}.$$

Die Vergrößerung des Einfallswinkels kann nun allerdings nicht sehr weit getrieben werden, weil sonst die reflektierende Fläche sich als ganz schmaler Streifen darstellt und dann als Beugungsspalt wirkt. Nimmt man aber den Einfallswinkel $= 89^0$, so wird $\gamma = 0{,}017$ und R_ρ/iE_s bei Quarz etwa gleich 1/2,7, d. h. das Intensitätsverhältnis gleich ${}^1/_8$ rund. Bei $NaCl_3$ gilt resp. ${}^1/_7$ und ${}^1/_{50}$. Man sieht, das sind außerordentlich günstige Verhältnisse, die weit das übertreffen, was bei dem eigentlichen Kerr-Effekt erreichbar ist. Allerdings sind die Voraussetzungen für ihr Eintreten ganz spezielle, die im allgemeinen nur für eine Spektralfarbe erreichbar sind. Der Brechungsindex der Flüssigkeit, in der beobachtet wird, muß ein klein wenig größer sein, als derjenige des stärker brechbaren Strahles im aktiven Körper, derart, daß bei einem Einfallswinkel von 89^0 für diesen Strahl streifender Austritt stattfindet. Bei jeder merklichen Abweichung von diesem Zustand wird nach der Theorie die Amplitude R_ρ statt mit $\sqrt{(n_1-n_2)/n_1}$ merklich mit $(n_1-n_2)/n_1$ proportional, also die Wirkung unsichtbar.

Die Kurven für die Brechungsindizes zweier durchsichtiger Körper schneiden sich für sichtbare Farben in der Regel, wenn überhaupt, nur einmal; der Effekt war also nur für eine Farbe zu erwarten. Wir trafen die Anordnung

1) Derselbe wird die vollständigen Resultate an einer anderen Stelle veröffentlichen.

so, daß wir mit weißem Licht operierten und das Spaltbild nach der Reflexion durch ein Okularspektroskop zerlegten. Die Anordnung war die in der Figur angegebene.

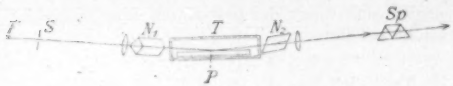


Fig. 2.

Das Licht eines Nernstfadens F wurde durch den ersten Nichol N_1 parallel oder normal zur Einfallsebene polarisiert. Die aktive Platte P befand sich in dem mit der gewählten Flüssigkeit gefüllten Trog T; das austretende Licht wurde durch den Nichol N_2, dessen Polarisationsebene zu der von N_1 gekreuzt war, und das Okularspektroskop Sp betrachtet.

Als isotroper aktiver Körper wurde Natriumchlorat benutzt. Anisol gibt eine Kurve für N, welche die für N' im Roten schneidet; es sollte somit die theoretisch geforderte Wirkung im Gelbroten eintreten. Dies fand in der Tat statt. Innerhalb des matten Spektrum, das infolge der Depolarisation des Lichtes durch den Trog stets auftrat, zeigte sich eine deutliche Aufhellung im Gelbroten. Durch Zusatz von Xylol zum Anisol läßt sich der Schnittpunkt der N- und der N'-Kurve nach Blau hintreiben; dem entsprach völlig die Wanderung der Aufhellung.

Da die beiden gebrochenen Strahlen äußerst nahe parallel der Schnittlinie von Einfalls- und Grenzebene verlaufen, so kann man die obigen theoretischen Überlegungen auch auf einen einachsigen aktiven Kristall anwenden, dessen Hauptachse in jene Richtung fällt. So ist Quarz innerhalb Äthylenbromid beobachtet worden. Bei dieser Kombination war $N = N'$ im Blauen. Wegen der stärkeren Drehung, welche Quarz liefert, war hier die Wirkung äußerst intensiv; im matten diffusen Spektrum erschien eine glänzende hellblaue Linie. Zur Kontrolle wurde ein inaktiver Kristall (Turmalin in Schwefelkohlenstoff) gleichfalls beobachtet. Dieser ergab, wenn die optische Achse die geforderte Lage hatte, keine Aufhellung, — wohl aber (der allgemeinen Theorie der gewöhnlichen Kristallreflexion entsprechend) dann, wenn die Achse aus dieser Lage etwas herausgedreht war. In dieser Position zeigte der Quarz dann andere spezifische Wirkungen seiner Aktivität, auf die aber hier nicht eingegangen werden soll.

Die beschriebenen Untersuchungen haben zum ersten Male eine Wirkung der natürlichen optischen Drehung auf das reflektierte Licht ergeben und besitzen hiernach unzweifelhaft ein Interesse.

(Eingegangen 6. Oktober 1908.)

Diskussion.

König (Gießen): Kann man die beschriebene Erscheinung nicht auch bei Reflexion innerhalb fester Körper an aktiven Flüssigkeiten erhalten?

Voigt: Gewiß müßte das gehen, würde aber Schwierigkeiten haben, da die zirkulären Doppelbrechungen der Flüssigkeiten im allgemeinen sehr klein sind. Wir haben bezügliche Versuche nicht gemacht.

Karl Scheel und Wilhelm Heuse (Charlottenburg), Über scheinbare Abweichungen vom Mariotteschen Gesetz und deren Einfluß auf die Messung kleiner Drucke.

In einer Untersuchung über die Gültigkeit des Mariotte-Gay-Lussacschen Gesetzes bei kleinen Drucken oberhalb 2,5 mm gelangten Baly und Ramsay[1]) zu dem Resultat, daß verdünnte Luft, die in einem McLeodschen Manometer komprimiert wurde, der Bedingung $pv = \text{const}$ nicht genügte. Die Abweichungen von diesem Gesetz waren für verschiedene Manometer verschieden und um so größer, je weiter die Kompression fortschritt. Als typisches Beispiel geben die Verfasser folgende Reihe, in welcher p den Druck bedeutet, unter dem sich das Gas in der Kapillare befindet, und pv in willkürlichem Maße ausgedrückt ist.

p	pv	p	pv
4,1 mm	100	4,6 mm	41,78
4,1 „	81,83	4,9 „	33,47
4,1 „	69,921	5,0 „	23,09
4,3 „	67,25	6,3 „	15,69
4,6 „	59,57	8,0 „	9,427

Baly und Ramsay suchen den Grund für diese scheinbare Abweichung der Luft vom Mariotteschen Gesetz, die sie übrigens für Wasserstoff nicht beobachten konnten, in Oberflächeneinflüssen.

Lord Rayleigh[2]), welcher mit Drucken zwischen 0,01 und 1,5 mm und mit Kompressionen vom Einfachen auf das Fünffache in weiten Gefäßen arbeitete, fand das Mariottesche Gesetz für Stickstoff, Wasserstoff und Sauerstoff bis auf 0,001 mm Druck voll bestätigt. Er zieht aus seinen Resultaten den Schluß, daß sie den üblichen Gebrauch des McLeodschen Manometers für Stickstoff und Wasserstoff und, soweit die sogenannte Bohrsche Anomalie nicht störend einwirke, auch für Sauerstoff rechtfertigen.

Wenn man, was selbstverständlich erscheint, diesen Schluß Lord Rayleighs auf Luft verallgemeinert, so ergibt sich eine Abweichung gegenüber den Resultaten von Baly und

1) Phil. Mag. (5) **38**, 301—327, 1894.
2) Phil. Trans. (A) **196**, 205—223, 1901.

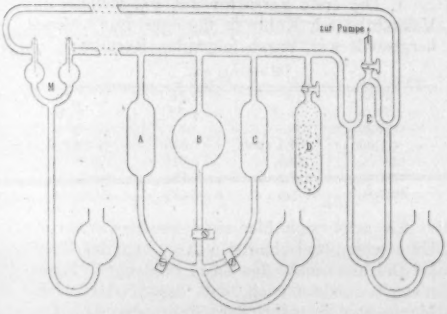
Ramsay, deren Grund wohl nur darin gesucht werden kann, daß jener die Kompression in weiten Gefäßen, diese in Kapillaren ausführten. Es scheint also das Verhältnis von Oberfläche zu Volumen des benutzten Gefäßes für das Verhalten von Luft bezüglich des Mariotteschen Gesetzes maßgebend zu sein.

In Übereinstimmung mit dieser Auffassung stehen die Resultate einer Arbeit von E. Hering[1]), welcher fand, daß das Mariottesche Gesetz für Anfangsdrucke von 0,05 bis 1 mm und Kompressionen auf etwa $^1/_{25}$ des Volumens und bei einer Mindestrohrweite von 10 mm gültig bleibt, aber wenig oder gar nicht befolgt wird, wenn die Luft in Kapillaren von etwa 0,7 und 1,5 mm Weite komprimiert wird.

Diese Verhältnisse zu klären, ist der Zweck der nachstehend mitgeteilten Untersuchung.

Die benutzte Anordnung besteht im wesentlichen aus dem Manometer und dem Kompressionsapparat.

Das Manometer *M* (Figur) ist demjenigen von Lord Rayleigh[2]) nachgebildet. Es besteht aus zwei miteinander fest verbundenen



Glaskugeln als Druckkammern, welche zur Hälfte von einem gemeinsamen Reservoir aus mit Quecksilber gefüllt sind und in welche von oben her je eine Glasspitze eingeschmolzen ist. Die Einstellung auf Berührung von Spitze und ihrem Spiegelbild gleichzeitig in beiden Kammern geschieht durch Neigen des ganzen Manometers; die Größe der Neigung, welche durch Spiegel und Skala bestimmt wird, gibt unter Berücksichtigung der geometrischen Verhältnisse ein absolutes Maß für den Druckunterschied in beiden Kammern. Die Verbindung zwischen den Kammern und dem Kompressionsapparat ist durch Glasfedern hergestellt. Das Manometer erlaubte, in Übereinstimmung mit den Angaben Lord Rayleighs, Druckunterschiede in beiden Kammern von 0,001 mm noch mit Sicherheit festzustellen.

Der Kompressionsapparat bestand aus drei parallel geschalteten kalibrierten kugel- bzw. zylinderförmigen Volumenometergefäßen (*A*, *C*, *B*) von rund 100, 200 und 400 ccm, welche durch aufsteigendes Quecksilber unabhängig voneinander gefüllt werden konnten. Das gesamte schädliche Volumen betrug 77,0 ccm; es wurde nach einer von Lord Rayleigh[1]) angegebenen Methode bestimmt, welche die Gültigkeit des Mariotteschen Gesetzes nur zur Ermittelung einer Korrektionsgröße voraussetzt.

Mit dem Kompressionsapparat konnte nach Bedarf ein viertes ebenfalls ausgemessenes zylindrisches Gefäß *D* von rund 100 ccm in Verbindung gesetzt werden. Das Gefäß diente zur Verwirklichung des leitenden Gedankens, das Verhältnis von Oberfläche und Volumen eines Hohlraumes zu ändern, zu welchem Zwecke es mit 10 bzw. 20 g Glaswolle angefüllt wurde. Aus der Fadendicke der Glaswolle, 0,02 mm, berechnet sich die Oberfläche von 1 g derselben zu etwa 8 qdm, diejenige der benutzten Füllungen also zu etwa 80 bzw. 160 qdm. Durch die Anwesenheit der Glaswolle wird das Verhältnis von Oberfläche zu Volumen des 100 ccm fassenden und $2^1/_2$ cm weiten Gefäßes gleich demjenigen in einer Kapillarröhre von 0,5 bzw. 0,25 mm Durchmesser. — Verzögerungen im Druckausgleich zufolge Anwesenheit der Glaswolle wurden nicht beobachtet.

Die Versuche mit dem geringeren Quantum Glaswolle sind als orientierende zu betrachten, und darum hier nicht näher diskutiert.

Bei den endgültigen Versuchen, bei welchen 20 g Glaswolle verwendet wurden, wurde der Anfangsdruck von der Nullage des Manometers ausgehend direkt bestimmt; die Nullage ihrerseits wurde gefunden, indem die eine Kammer des Manometers konstant auf einem sehr niedrigen Druck blieb, während man die andere, mit dem Kompressionsapparat verbundene, mittels Holzkohle in flüssiger Luft scharf evakuierte, wobei die Güte des Vakuums durch Kompression auf halbes Volumen kontrolliert wurde.

Die Versuche ohne Glaswolle werden durch Wiedergabe des folgenden Beispiels dargestellt:

p	v	pv
0,068 mm	804,2 ccm	54,9
0,145 „	382,2 „	55,5
0,310 „	179,8 „	55,8
0,726 „	77,0 „	55,9

Demgegenüber ist bei dem folgenden Versuch mit Glaswolle die von Baly und Ramsay beobachtete scheinbare Abweichung vom Mariotteschen Gesetze ganz augenfällig.

1) Ann. d. Phys. (4) **21**, 319—341, 1906.
2) l. c. S. 208.

1) l. c. S. 215.

p	v	pv
0,152 mm	899,2 ccm	136,6
0,704 „	172,0 „	121,1
0,159 mm	899,2 ccm	142,8
0,277 „	477,2 „	132,2
0,457 „	274,8 „	125,5
0,708 „	172,0 „	121,7

Die Abweichung verschwindet aber mehr und mehr, je weiter die Austrocknung des Apparates fortschreitet. Nach zwei Tagen, während welcher Zeit das Glaswollegefäß mit einem Trockengefäß (Phosphorpentoxyd) zeitweilig im hohen Vakuum in Kommunikation gewesen war, wurde beobachtet:

p	v	pv
0,158 mm	899,2 ccm	141,9
0,296 „	477,2 „	141,1
0,511 „	274,8 „	140,5
0,812 „	172,0 „	139,6

Dagegen konnten durch Einbringen von Wasserdampf[1]) in das ganze System die Verhältnisse sofort wieder erheblich verschlechtert werden, wie folgende Reihe zeigt:

p	v	pv
0,173 mm	899,2 ccm	155,5
0,377 „	172,0 „	64,9

Durch kurzes Trocknen im Vakuum (etwa 10 Minuten) konnte bereits eine erhebliche Verbesserung erzielt werden.

p	v	pv
0,172 mm	899,2 ccm	155,0
0,811 „	172,0 „	139,5

Länger, etwa 24 Stunden fortgesetztes Trocknen im Vakuum ergab einen ähnlichen Zustand wie vor Einbringen von Wasserdampf:

p	v	pv
0,169 mm	899,2 ccm	152,0
0,320 „	477,2 „	152,9
0,553 „	274,8 „	151,9
0,880 „	172,0 „	151,4

Die vorstehend mitgeteilten Beobachtungsergebnisse berechtigen zu der Annahme, daß die scheinbaren Abweichungen der Luft vom Mariotteschen Gesetz auf der Bildung einer Wasserhaut auf den Oberflächen im Innern der Kompressionsgefäße beruhen, nach deren Entfernung sie verschwinden.

1) Wasser konnte aus einem zu diesem Zweck angeschlossenen Röhrchen bis zu dem der Zimmertemperatur entsprechenden Sättigungsdruck in das Vakuum des Apparates hinein verdampfen.

Dieser Schluß legt die Vermutung nahe, daß die Brauchbarkeit des McLeodschen Vakuummeters in hohem Grade durch die Anwesenheit von Feuchtigkeit bzw. einer Wasserhaut beeinträchtigt wird.

Um dies zu untersuchen, wurde ein McLeodsches Manometer aus Thüringer Glas an das Kompressionsgefäß angeschlossen. Der Rezipient desselben faßte etwa 100 ccm; die Kapillare hatte bei einer Länge von etwa 40 cm etwa 0,6 mm Durchmesser. Dieselbe Weite hatte das zur Ablesung benutzte Steigrohr. Das McLeodsche Manometer wurde vor seiner Aufstellung sorgfältig mit konzentrierter Salpetersäure und destilliertem Wasser gereinigt.

In den folgenden Zusammenstellungen der wesentlichen Beobachtungsergebnisse bezeichnet p den Druck, unter dem die Luft in der Kapillare des McLeodschen Manometers steht, v das zugehörige Volumen, P den hieraus in der üblichen Weise abgeleiteten Druckwert, endlich $\mathfrak{P}$ den aus den Angaben des Rayleighschen Manometers durch Kompression auf die Hälfte des Volumens berechneten absoluten Druck.

1. Die erste Versuchsreihe, bei welcher das Vakuum durch Kohle in flüssiger Luft schnell hergestellt war, ergab folgendes Resultat:

$\mathfrak{P} = 0{,}011$ mm.

p	v	pv	P
9,3 mm	67,4 cmm	626	0,007 mm
14,0 „	38,8 „	543	0,006 „
27,4 „	17,7 „	484	0,005 „
80,7 „	5,3 „	425	0,004 „

Es zeigt sich hier nicht nur der erwartete Unterschied zwischen den Angaben des Rayleighschen und des McLeodschen Manometers, sondern auch, daß das McLeodsche Manometer je nach der Stelle der Ablesung nur $^2/_3$ bis $^1/_3$ des wahren Druckes ergibt. Hierin trat eine Änderung ein, nachdem der Apparat bis zum nächsten Tage im Vakuum mit Phosphorpentoxyd in Verbindung gestanden hatte.

$\mathfrak{P} = 0{,}011$ mm.

p	v	pv	P
14,7 mm	66,2 cmm	973	0,010 mm
25,8 „	40,0 „	1033	0,011 „
45,4 „	22,9 „	1038	0,011 „
102,7 „	10,5 „	1077	0,011 „
76,5 „	14,2 „	1086	0,011 „
33,0 „	32,5 „	1072	0,011 „
15,6 „	67,8 „	1057	0,011 „

2. Die folgende Serie gibt Resultate wieder, wie sie erhalten wurden, wenn man den Apparat 20 Stunden lang mit Wasserdampf von etwa 10 mm Druck hatte stehen lassen und dann kurze Zeit mit Zimmerluft von Atmo-

sphärendruck gefüllt und 10 Minuten lang mit einer Gaedepumpe evakuiert hatte.

$\mathfrak{P} = 0{,}010$ mm.

p	v	pv	P
3,0 mm	74,0 cmm	222	$0{,}002_3$ mm
5,7 „	38,3 „	218	$0{,}002_3$ „
12,2 „	17,7 „	216	$0{,}002_2$ „
80,6 „	2,2 „	181	$0{,}001_9$ „
36,0 „	6,0 „	214	$0{,}002_2$ „
4,7 „	31,9 „	150	$0{,}001_6$ „
4,6 „	50,8 „	234	$0{,}002_4$ „
3,3 „	73,3 „	242	$0{,}002_5$ „

Hier gibt das McLeodsche Manometer in allen Einstellungen innerhalb 0,001 mm den gleichen Druck, der aber tatsächlich nur $^1/_5$ des wahren Wertes ist. Nach halbstündigem Stehen des Apparates, ohne Verbindung mit einem Trockenmittel, war nicht nur die Übereinstimmung der Einzeleinstellungen des McLeodschen Manometers verschwunden, sondern auch die Abweichung seiner Angaben vom wahren Druckwert, welcher infolge Gasabgabe von den Wänden höher als zuvor ist, für die stärkeren Kompressionen noch gewachsen.

$\mathfrak{P} = 0{,}024$ mm

p	v	pv	P
12,5 mm	72,8 cmm	909	0,010 mm
15,7 „	43,1 „	676	0,007 „
25,9 „	15,9 „	411	0,004 „
76,0 „	3,3 „	252	0,003 „
57,0 „	4,7 „	269	0,003 „
16,0 „	30,4 „	487	0,005 „
10,5 „	50,9 „	532	0,006 „
12,5 „	69,3 „	867	0,009 „

Durch weiteres (halbstündiges Pumpen) und darauf folgendes Einlassen von trockener Luft zeigte sich bei einem Druck von 0,023 mm kein Unterschied mehr zwischen den Angaben des Rayleighschen und des McLeodschen Manometers in seinen verschiedenen Einstellungen. Ein ähnliches Resultat wurde durch bloße halbstündige Verbindung des Apparates mit dem unter gleichem Druck stehenden Trockenmittel erzielt.

3. Bei einer weiteren Reihe war der getrocknete Apparat mit atmosphärischer Luft gefüllt und nach Ablauf von 20 Stunden während 8 Minuten mit der Gaedepumpe evakuiert.

$\mathfrak{P} = 0{,}017$ mm.

p	v	pv	P
20,4 mm	70,2 cmm	1432	0,015 mm
106,2 „	12,4 „	1315	0,014 „
89,9 „	14,7 „	1320	0,014 „
21,7 „	70,3 „	1525	0,016 „

Es zeigte sich also auch hier ein deutlicher Unterschied zwischen $\mathfrak{P}$ und P, sowie der Werte von pv untereinander, Unterschiede, die nach einer halben Stunde, während welcher der Apparat unter Abschluß vom Trockenmittel sich selbst überlassen blieb, noch erheblich gewachsen waren.

$\mathfrak{P} = 0{,}042$ mm.

p	v	pv	P
29,1 mm	69,8 cmm	2031	0,021 mm
103,1 „	14,3 „	1479	0,015 „
99,1 „	14,9 „	1482	0,015 „
23,8 „	70,9 „	1687	0,018 „

Nach halbstündiger Verbindung mit dem Trockenmittel waren dann diese Unterschiede wieder verschwunden.

Die vorstehenden Untersuchungen ergeben, daß das McLeodsche Manometer sehr wohl zur exakten Messung kleiner Drucke in atmosphärischer Luft zu brauchen ist, nur muß sorgfältig alle Feuchtigkeit aus der Luft und von den Glaswänden entfernt werden. Bei einem Manometer aus Thüringer Glas mit 0,6 mm weiten Kapillaren, welches vor Inbetriebsetzung und vor Zuschmelzen der Kapillare sorgfältig mit konzentrierter Salpetersäure und destilliertem Wasser gereinigt ist, genügt hierfür eine halbstündige Verbindung mit Phosphorpentoxyd unter niedrigem Druck. Es genügt aber nicht, bei Anwendung schnell wirkender Pumpen die Verbindung mit dem Trockenmittel nur während der Zeit des Pumpens. Druckmessungen, welche 10 Minuten nach Inbetriebsetzung einer solchen Pumpe mit dem McLeodschen Manometer vorgenommen werden, führen notwendigerweise zu falschen Druckwerten, die um so unrichtiger sind, je höher die Kompression der Luft bei der Messung getrieben wird.

Diese Resultate gelten zunächst nur innerhalb des benutzten Druckintervalls abwärts bis 0,01 mm *Hg*. Unterhalb 0,01 mm lassen sich die Drucke mit dem Rayleighschen Manometer nicht mehr mit der genügenden Genauigkeit messen, doch sind Versuche im Gange, um mit Benutzung eines empfindlicheren Manometers die hier behandelten Fragen auch in niedrigeren Druckbereichen zu studieren.

Charlottenburg, den 27. Juli 1908.

(Eingegangen 1. Oktober 1908.)

Diskussion.

Kayser: Ich wollte nur daran erinnern, daß die gleiche Erscheinung vor langer Zeit ziemlich intensiv zur Sprache gekommen ist, bei einem Streite, den ich mit Bunsen hatte. Ich hatte Versuche über die Größe der Adsorption von CO_2 an Glas angestellt und gefunden, daß die adsorbierte Menge mit steigendem Druck zunimmt und steigender Temperatur abnimmt. Bunsen fand im Gegenteil, daß die adsorbierte Gasmenge mit steigen-

dem Druck abnimmt und mit steigender Temperatur zunimmt. Als er das publizierte, warf er zugleich seinen Vorgängern vor, sie hätten nicht sorgfältig beobachtet. Dagegen wehrte ich mich, und es stellte sich heraus, daß er seine Glasröhre nicht genügend getrocknet hatte. Die Wasserhaut auf dem Glase kondensierte die CO_2, die nun das Glas chemisch angriff; Bunsen hatte das Resultat dieser chemischen Prozesse beobachtet, die mit der Temperatur zunahmen. Es sind das Versuche, die mit dem Resultat des Herrn Vortragenden übereinstimmen und zeigen, daß man den Einfluß des Wasserdampfes kaum beseitigen kann. Bunsen hat versucht, seine Röhre zu trocknen, indem er sie 24 Stunden lang auf 300—400° erhitzte, und er hat gefunden, daß sie auch dann immer noch nicht ganz trocken war.

Meyer-(Köln): Ich habe selbst bei hohem Vakuum Messungen mit einem Vakuummeter angestellt, und habe einige Unrichtigkeiten beobachtet, die dadurch verursacht sind, daß Wärme entstanden ist. Die Wärme dehnt doch das Gas aus und bringt es unter höheren Druck. Sind Ihnen bei Ihren Messungen auch solche Erscheinungen aufgefallen und berücksichtigt worden?

Heuse: Nein.

W. König (Gießen), Über Demonstration langsamer elektrischer Schwingungen.

Auf der vorjährigen Naturforscher-Versammlung hat uns Herr Wiener[1]) in Leipzig ganz langsame elektrische Schwingungen vorgeführt, die in einem Schwingungskreis von sehr großer Selbstinduktion und großer Kapazität erzeugt wurden. Da mir im Gießener Institut auch ein großer Transformator mit einer Sekundärspule von etwa 1100 Henry zur Verfügung steht, so habe ich die Versuche nachgemacht, habe mich aber anderer Mittel zur Demonstration der Schwingungen bedient und möchte mir erlauben, darüber eine kurze Mitteilung zu machen. — Man kann die Erscheinungen sehr einfach und bequem mit der Braunschen Röhre demonstrieren, wie sie Herr Richarz zuerst für die Demonstration elektrischer Schwingungen angewandt hat[1]); nur bedarf man bei der Langsamkeit des Vorganges keiner Zerlegung mit dem rotierenden Spiegel. Benutzt man eine Röhre in der von Wehnelt[2]) angegebenen Form mit eingebautem Kondensator, so kann man sowohl die Potentialschwingung wie die Stromschwingung damit demonstrieren. Wird der Röhrenkondensator an die beiden Seiten der Kapazität direkt angeschlossen, so bedarf es nur einer Erregung der Schwingungen von passender Stärke, um den Fluoreszenzfleck in Richtung der elektrischen Kraftlinien langsam hin und her pendeln zu sehen. Die Erregung geschah durch Unterbrechung eines Stromes von passender Stärke im primären Kreise des Transformators. Die Empfindlichkeit der Röhre war derart, daß eine Spannungsdifferenz von 145 Volt an den Platten des Kondensators eine Ablenkung des Fleckes um 4,2 mm bewirkte.

1) O. Wiener, diese Zeitschr. **8**, 752—755, 1907; Ber. der D. Phys. Ges. **5**, 470—477, 1907.

1) F. Richarz, Ann. d. Phys. (4), **1**, 468—473, 1900.
2) A. Wehnelt, Ber. der D. Phys. Ges. **1**, 29, 1903.

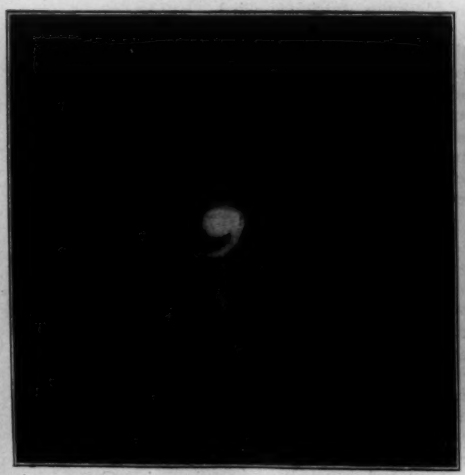


Fig. 1.

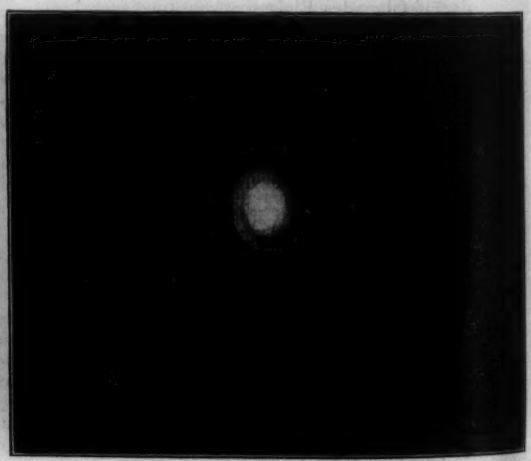


Fig. 2.

Um die Stromschwingung durch die magnetische Ablenkung des Fleckes zu demonstrieren, bedarf es bei der geringen Stärke dieser Ladungsströme eines ablenkenden Magneten von hoher Windungszahl. Am einfachsten benutzt man dazu einen kleinen Induktionsapparat von 8 bis 10 cm Schlagweite, dessen Sekundärspule man zwischen die Kapazität und die Selbstinduktion in den Schwingungskreis einschaltet. Später habe ich mich eines Hufeisenmagnets bedient, dessen Schenkel von dünndrähtigen Wickelungen in vielen Lagen umgeben waren und zwischen dessen Polen die Röhre lag. Hier wurden 4 mm Ablenkung des Fleckes durch eine Stromstärke von 0,0006 Amp. erzeugt. Diese Empfindlichkeit konnte durch Nebenschlüsse zu dem Magneten in bequemer Weise herabgesetzt und reguliert werden. — Das Interesse der ganzen Versuchsanordnung liegt nun wesentlich darin, daß sich der Versuch mit gleichzeitiger gekreuzter Ausführung der beiden Ablenkungen, den Herr Wiener in seiner Mitteilung bereits andeutet[1]), hier sehr einfach und sehr anschaulich ausführen läßt. Werden die elektrische und die magnetische Ablenkung senkrecht zueinander gerichtet und gleichzeitig erregt, so beschreibt der Fleck eine je nach der Dämpfung mehr oder weniger steile Spirale. Da diese bei wiederholten Unterbrechungen unter sonst unveränderten Versuchsbedingungen immer die gleiche Lage innehat, so läßt sie sich durch eine geeignete Anzahl wiederholter Expositionen gut photographieren. In dieser Form kann ich Ihnen das Resultat dieser Versuche vorführen. Fig. 1 zeigt eine derartige Spirale, allerdings bei starker Dämpfung. Auch die schnelleren Schwingungen, wie sie in den Sekundärspulen von Induktorien bei angehängten Kapazitäten entstehen, geben Spiralen, die trotz der kürzeren Dauer der Lichterscheinung doch, wenigstens aus der Nähe betrachtet, sehr deutlich sichtbar sind und sich natürlich ebensogut photographieren lassen. Fig. 2 zeigt eine Spirale, die in einem solchen Falle erhalten wurde.

(Eingegangen 6. Oktober 1908.)

Diskussion.

Schaefer: Ich möchte fragen, ob man in der Spirale nicht eine sehr genaue Methode zur Messung der Dämpfung hat.

König: Natürlich, ja. Aber für die Dämpfung ist es bequemer, wenn man nicht die Spirale, sondern die einzelne Komponente, die elektrische oder die magnetische aufnimmt, da sich die Umkehrpunkte dabei sehr deutlich markieren.

1) Diese Zeitschr. **8**, 754, 1907.

A. Korn (München), Neue Resultate der Telautographie.

Meine Herren! Die Telautographie beschäftigt sich mit dem einfachsten Problem der Bildtelegraphie; bei ihr handelt es sich nicht darum, getönte Elemente eines Bildes, z. B. einer Photographie mit Hilfe quantitativ abgestufter Ströme in die Ferne zu senden, wie es für die Phototelegraphie nötig ist, sondern es handelt sich bei ihr um die Übertragung von Strichzeichnungen, Handschriften und dergleichen. In meinem heutigen Referate will ich kurz einen historischen Überblick über die Versuche zur Lösung des Problems der Telautographie geben, dann etwas näher auf meine telautographischen Apparate eingehen, welche eine Ergänzung der phototelegraphischen Apparate bilden und bereits in der allernächsten Zeit zwischen den bereits bestehenden Stationen für Bildtelegraphie praktisch arbeiten werden; ich kann Ihnen hier einige der neuesten Resultate zeigen, und am Schluß will ich ein wenig auf die mannigfachen Verwendungsmöglichkeiten der Telautographie hinweisen.

Wir haben zwei verschiedene Methoden der Telautographie zu unterscheiden, die Methode des Kopiertelegraphen und die des Fernschreibers; beide Prinzipien, die wir sogleich besprechen werden, wurden schon gegen Mitte des vorigen Jahrhunderts aufgefunden; nach den ersten erfolgreichen Erfindern werden die Kopiertelegraphen auch Telautographen Bakewellscher Art, die Fernschreiber Telautographen

Fig. 1.

Grayscher Art genannt. Der Empfänger der Kopiertelegraphen oder Telautographen Bakewellscher Art ist ungefähr so, wie er jetzt bei der Phototelegraphie angewandt wird; denken wir uns — ich zeige zur Erläuterung eine Fernphotographie — einen Schreibstift auf einem weißen Blatt Papier parallele Linien ziehen, eine Linie nahe der anderen, so können wir uns leicht denken, daß der Schreibstift von Telegraphierströmen magnetisch beeinflußt auf dem weißen Papier Eindrücke macht oder nicht, je nachdem ein Strom vom Geber abgesandt wird oder nicht; im Geber wird gleichfalls ein Metallstift in eng aneinander liegenden parallelen Linien über die Zeichnung, die Handschrift, hinwegfahren, und jedesmal, wenn der Stift über einen Zug der Zeichnung hinweggeht, wird ein Strom zum Empfänger gesandt, oder umgekehrt; wenn beide Stifte im Geber und Empfänger völlig synchron wandern, wird dann im Empfänger die Zeichnung bezw. die Handschrift wiederhergestellt werden, mit um so mehr Genauigkeit, je enger die Zeilen aneinander liegen. Der Schreibstift im Empfänger kann dabei elektromagnetisch betätigt werden, oder von einer Metallspitze fließt der Telegraphierstrom auf ein geeignet präpariertes Papier, das sich an der Stelle, wo der Strom eintritt, färbt oder entfärbt, oder schließlich der Schreibstift wird durch einen Lichtstrahl ersetzt, der auf einem lichtempfindlichen Papier oder Film photographische Eindrücke macht.

Der erste derartige Kopiertelegraph wurde 1847 von dem Engländer Bakewell ausgeführt; es wurden schon in diesem Jahre von Bakewell befriedigende Versuche zwischen London und einer wenn auch nicht sehr weit entfernten Station gemacht; ich zeige hier den Bakewell-

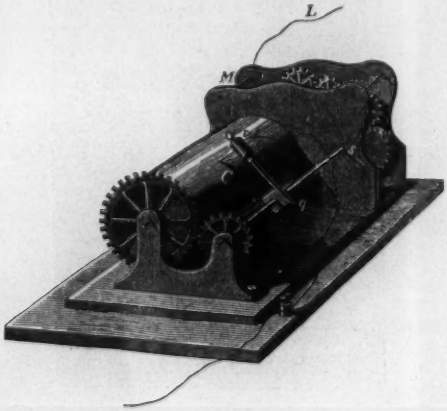


Fig. 2.

schen Geber, wie er für die meisten Apparate dieser Art vorbildlich geworden ist. Es wird die Zeichnung oder die Handschrift, um deren Übertragung es sich handelt, mit nicht leitender Tinte auf eine Metallfolie, z. B. Stanniolpapier, aufgetragen und um den Zylinder C gewickelt, der drehbar eingerichtet ist. Auf dem Zylinder schleift die Metallspitze r, welche sich, ähnlich dem Stichel eines Phonographen, mit Hilfe einer sich auf der Schraube s bewegenden Mutter q nach jeder Umdrehung des Zylinders ein klein wenig in der Richtung der Zylinderachse verschoben hat. Die Metallspitze tastet so in einer feinen Spirallinie in eng aneinander liegenden Zeilen die Metallfolie auf dem Zylinder C ab, und wenn wir einen Strom durch die Spitze r, die von ihrer metallischen Führung isoliert zu denken ist, durch die Metallfolie, einen mit der Folie verbundenen Kontakt M und die Telegraphenlinie L zu einem entfernten Empfänger leiten, so wird dieser Strom jedesmal unterbrochen, wenn die Spitze gerade auf die nichtleitende Zeichnung bezw. Handschrift trifft. Im Empfänger war eine einigermaßen analoge Einrichtung getroffen: Ein geeignet präpariertes Empfangspapier wird auf den Empfangszylinder C' gewickelt, der sich synchron mit dem Gebezylinder bewegt, und es schleift wieder eine Metallspitze r' auf dem Empfangszylinder, der sich nach jeder Umdrehung ein klein wenig in der Richtung der Achse des Zylinders verschoben hat; der Strom wird aus der Linie in einen mit dem getränkten Papier verbundenen Kontakt M' gesandt, geht durch das Papier, die Metallspitze zur Erde; jedesmal, wenn ein Strom vom Geber durch die Linie anlangt, färbt sich das auf C' aufgewickelte Papier an der Spitze r' blau; man erhält auf diese Weise die Zeichnung des Gebers weiß auf blauem Grunde, es ist natürlich leicht auch das Umgekehrte zu erreichen. Die Synchronismuseinrichtung für den Gleichlauf der beiden Zylinder im Geber und Empfänger machte natürlich damals sehr große Schwierigkeiten, ich will auf diese Frage zunächst nicht eingehen.

Einen gewissen Anteil an der Bakewellschen Grundidee hat der Engländer Bain, der schon im Jahre 1843 vorschlug, Metalltypen auf eine ähnliche Weise telegraphisch zu kopieren, indem man eine Anzahl Metallspitzen über die Typen laufen läßt, von den Spitzen durch getrennte Leitungen Ströme zu einem entsprechenden Metallkamme im Empfänger sendet, der in gleicher Weise über chemisch präpariertes Papier hinweggleitet, es wird ferner auch berichtet, daß Wheatstone im Jahre 1845 den Entwurf eines Kopiertelegraphen fertig hatte, doch muß trotz alledem Bakewell das Verdienst zugesprochen werden, den ersten

brauchbaren Kopiertelegraphen konstruiert zu haben.

Auf die weitere Entwicklung der Bakewellschen Kopiertelegraphen werde ich später eingehen und nun auch sogleich das Prinzip der zweiten Art der Telautographie besprechen, der Fernschreiber oder der Telautographen Grayscher Art. Bei den Telautographen dieser Art schreibt man an der Gebestation mit einem Griffel, die Bewegung des Griffels wird in zwei Komponenten zerlegt, deren Quantitäten als elektrische Ströme durch zwei getrennte Leitungen — gelegentlich auch durch eine einzige Leitung — zum Empfangsorte gesandt werden; am Empfangsorte werden die beiden Ströme in Komponenten mechanischer Bewegung verwandelt, deren Resultante mit der Bewegung des Griffels im Geber übereinstimmt, und auf diese Weise wird die Zeichnung bezw. Schrift auf der Empfangsstation reproduziert. Die erste Idee eines solchen Fernschreibers wurde wohl, wenn mir in bezug auf diese Frage keine frühere Arbeit entgangen ist, von dem Engländer Jones 1855 in einem provisorischen Patente niedergelegt. Der Gebergriffel sollte an zwei zueinander senkrechten Zahnstangen ziehen, welche je nach der Größe der Bewegungskomponenten des Griffels je ein Zahnrad um mehr oder wenige Zähne drehen sollten. Je nach der Anzahl der Zähne sollten durch zwei getrennte Leitungen Strompulsationen (Stromunterbrechungen und Stromschlüsse) von größerer oder kleinerer Wechselzahl entsandt werden. Zwei Relaismagnete im Empfänger, welche durch die beiden Leitungen betätigt werden können, bringen wieder die entsprechenden Bewegungen zwei zueinander senkrechter Zahnstangen zustande, an deren Vereinigungspunkt der Empfangsgriffel sitzt und eine resultierende, mit der Bewegung des Gebergriffels identische Bewegung ausführt. Der Empfangsgriffel wirkt entweder mechanisch, ein Stift oder eine Füllfeder, die auf weißem Papier zeichnet, oder elektrochemisch, indem ein elektrischer Strom durch den Stift ein chemisch geeignet präpariertes Papier färbt oder entfärbt. Dieses Prinzip des Fernschreibers wurde in der Folge in mannigfacher Weise modifiziert; an Stelle der Strompulsationen wurden durch die beiden Linien abgestufte Ströme gesandt, deren Intensitäten den beiden Bewegungskomponenten im Geber entsprachen, es wurden Einrichtungen getroffen, derart, daß ein Abheben des Geberstiftes auch automatisch das Abheben des Empfangsstiftes auslöste. Nach der ersten erfolgreichen Ausführung solcher Fernschreiber durch Robertson (von 1875 ab) wurden besonders bemerkenswerte Erfolge mit dem Fernschreiber von Elisha Gray erzielt (von 1885 ab); nach diesem Erfinder werden die Fernschreiber dieser Art als Graysche Telautographen bezeichnet, von der Art der Grayschen Telautographen ist unter den neuesten Ausführungen auch der Faksimiletelegraph von Cerebotani, der auch schon auf größere Entfernungen, z. B. auf der Linie Berlin-München, bemerkenswerte Resultate erzielt hat.

Eine besonders wichtige Modifikation der Grayschen Fernschreiber wurde durch die Einführung eines photographischen Empfängers in dem Fernschreiber von Gruhn-Grzanna ausgeführt; der Geber ist in seiner Konstruktion ganz ähnlich, wie bei früheren Konstruktionen Grayscher Art, im Empfänger ist aber der Schreibstift durch einen Lichtstrahl ersetzt, welcher den Schreibzügen des Gebergriffels entsprechende photographische Eindrücke auf einem sensiblen Papier oder Film hervorbringt; ein Lichtstrahl wird von einer Glühlampe auf einen kleinen Spiegel, von diesem auf einen zweiten Spiegel geworfen, von diesem schließlich auf das photographische Papier reflektiert. Die beiden kleinen Spiegel werden durch zwei Magnete den Bewegungskomponenten des Gebergriffels entsprechend gedreht, bezw. um zwei zueinander senkrechte Achsen, indem die den Bewegungskomponenten des Sendergriffels in ihren Abstufungen entsprechenden, durch zwei Leitungen zum Empfänger geführten Telegraphierströme durch die Spulen der beiden Elektromagnete im Empfänger geführt werden, welche die beiden Spiegelchen drehen. Von den Telautographen Grayscher Art haben zweifellos diese photographischen Fernschreiber bisher die größten Erfolge aufzuweisen.

Wir wollen nun auch die Entwicklung der Kopiertelegraphen weiter verfolgen: Nach den Versuchen von Bakewell und Bain, der bald nach Bakewell auch Handschriften mit seinem Kopiertelegraphen übertrug, waren zunächst die französischen Apparate von Caselli und Meyer am erfolgreichsten; es wurde sogar eine Zeitlang der telautographische Verkehr zwischen Paris und einigen Stationen Frankreichs praktisch aufrecht erhalten. Alle diese Apparate waren im Prinzip von dem Bakewellschen nicht verschieden, wenn auch die Art des Synchronismus, der Aufzeichnung im Empfänger bei Caselli und Meyer schon wesentlich vollkommener war, als bei den ersten englischen Kopiertelegraphen; gleiches gilt auch von den Apparaten von Lenoir und dem Amerikaner Sawyer in den 70er Jahren und einer größeren Anzahl späterer Versuche, auf die ich hier nicht alle eingehen möchte, da ich nur die wichtigsten Etappen hervorheben will. So ist zu bemerken, daß Lenoir wohl als der erste die Aufgabe der Telautographie dahin erweitert hat, auch Autotypien, genauer gesprochen Metallklischees für Autotypien, im

Geber zu benützen und die betreffenden Bilder durch Telautographie an einem entfernten Orte zu reproduzieren. Es ist bekannt, daß man durch Kopieren einer Photographie mit Hilfe eines Glasrasters ein Klischee erhalten kann, bei dem die Tönung im wesentlichen dadurch zum Ausdruck kommt, daß geschwärzte Elemente des Bildes sich mit mehr oder weniger hellem Zwischenraum aneinander legen, während in der Stärke der Schwärzung selbst kaum Unterschiede bestehen. Wenn man ein solches Klischee auf einer Metallfolie anfertigt und dafür sorgt, daß die geschwärzten Stellen nicht leitend, die hellen Zwischenräume metallisch blank sind, so wird es offenbar möglich sein, ein solches Bild telautographisch zu reproduzieren, es besteht somit die wichtige Möglichkeit, die Telautographie auch zur Fernphotographie getönter Bilder zu verwenden. Es mag aber sogleich hervorgehoben werden, weshalb diese Erweiterung der Telautographie besonders schwierig ist. Solange es sich um die Übertragung von Handschriften und Zeichnungen handelt, ist nur notwendig, daß der Empfänger jedesmal anspricht, wenn der Senderstift über eine nichtleitende Stelle des Geberbildes gleitet; die mechanischen Relais in den bisherigen Empfangsapparaten, welche auf die Linienströme ansprachen und erst stärkere Ströme zur Aufzeichnung der Schriftzüge im Empfänger auslösten, konnten bis zu 100 und sogar 200 Zeichen in der Sekunde forciert werden, und dieser Zahl entsprach dann eine bestimmte Übertragungsgeschwindigkeit der telautographischen Botschaften, die noch gerade an der Grenze des praktisch Möglichen (etwa 500 geschriebene Worte in der Stunde) liegt; es kam dabei nicht sehr darauf an, ob die Schriftzüge oder Zeichnungen mit der wirklichen Stärke der Originalschreibzüge wiedergegeben wurden, wenn nur ganz allgemein etwa ein feiner Strich auch nicht zu dick, ein dicker Strich nicht zu fein produziert wurde. Für die Telegraphie der Autotypien liegt die Sache etwas anders; hier sollen die dunklen Stellen in ihren Ausdehnungen möglichst genau wiedergegeben werden, und da genügt es nicht, daß die Relais in den Empfängern nur z. B. 200 mal in der Sekunde ansprechen, wenn der Geberstift 200 mal über nicht leitende Stellen weggleitet, sondern jede dieser Stellen soll in ihrer richtigen Ausdehnung wiedergegeben werden, d. h. die Relais müssen in ihren 200 Wechseln per Sekunde noch eine Bedingung erfüllen, den Zeiten nach richtig sich nach der einen bezw. anderen Seite hin umlegen. Wenn man sich mit einer verhältnismäßig rohen Annäherung begnügt, stellt man damit an die Relais schon eine fünfmal höhere Anforderung, als früher, und das konnten die bisherigen mechanischen Relais nicht leisten. Entweder mußte man daher wesentlich langsamer arbeiten, und dann überschritten die Übertragungszeiten von Autotypien die praktisch zulässigen Maße, oder man mußte sich eben mit der Übertragung von Strichzeichnungen begnügen, und das letztere geschah denn auch, auf die Übertragung von Autotypien mußte man verzichten, solange man mit mechanischem Relais im Empfänger arbeitete.

Die soeben angestellte Betrachtung weist darauf hin, daß es ein wesentlicher Fortschritt sein muß, wenn wir im Empfänger die Linienströme nicht erst durch Relais zu verstärken brauchen, sondern, wenn es möglich ist, die Linienströme direkt zur Aufzeichnung im Empfänger zu verwenden; dazu sind offenbar empfindliche Instrumente im Empfänger nötig, und diese sind erst in der allerjüngsten Zeit parat geworden. Ich meine hiermit in erster Linie das Saitengalvanometer, den Oszillographen und die Telephonmembran, von denen ich bisher nach mannigfachen Versuchen dem ersten, dem Saitengalvanometer, den Vorzug gebe. Die Einführung des Saitengalvanometers in den Empfänger des Kopiertelegraphen — ähnlich wie ich dasselbe in den Empfänger für Phototelegraphie eingeführt habe — ist der wesentliche Fortschritt, über den ich hier zu referieren habe. Es wird am zweckmäßigsten sein, wenn ich Ihnen sogleich die Einrichtung des neuen Telautographen in einem Projektionsbilde vor Augen führe.

Der obere Teil des Bildes soll den Geber, der untere den Empfänger darstellen. Der Gebeapparat ist ganz nach dem Bakewellschen Prinzip konstruiert; die Metallfolie mit den nichtleitenden Elementen wird auf den Zylinder 4 aufgewickelt und der Zylinder durch einen Elektromotor 1 mittels eines Schneckengetriebes in Rotation versetzt; dabei schleift eine Metallspitze 9 auf der Metallfolie und verschiebt sich mit Hilfe der Mutter 8 auf der Schraube 7 während der Drehung des Zylinders in der Richtung der Zylinderachse. Denken wir uns zunächst die Batterie 14 und den Widerstand 15 fort, so fließt der Strom der Batterie 11 von dem einen Pole derselben durch die Spitze 9, die Folie auf den Zylinder, den Schleifkontakt 13 zur Erde, durch den Empfänger, die Linie 17 zum anderen Pole der Batterie 11. Der Strom wird jedesmal unterbrochen, wenn die Metallspitze 9 auf eine nichtleitende Stelle der Folie trifft. Im Empfänger rotiert der Empfangszylinder 25, auf welchen der Aufnahmefilm gewickelt wird, synchron mit dem Gebezylinder 4, mit dem einen Unterschiede, daß sich der Empfangszylinder mit Hilfe einer Schraube auf der Achse 26 bei der Rotation in derselben Weise in der Richtung der Achse verschiebt, wie die Metallspitze 9 im Geber.

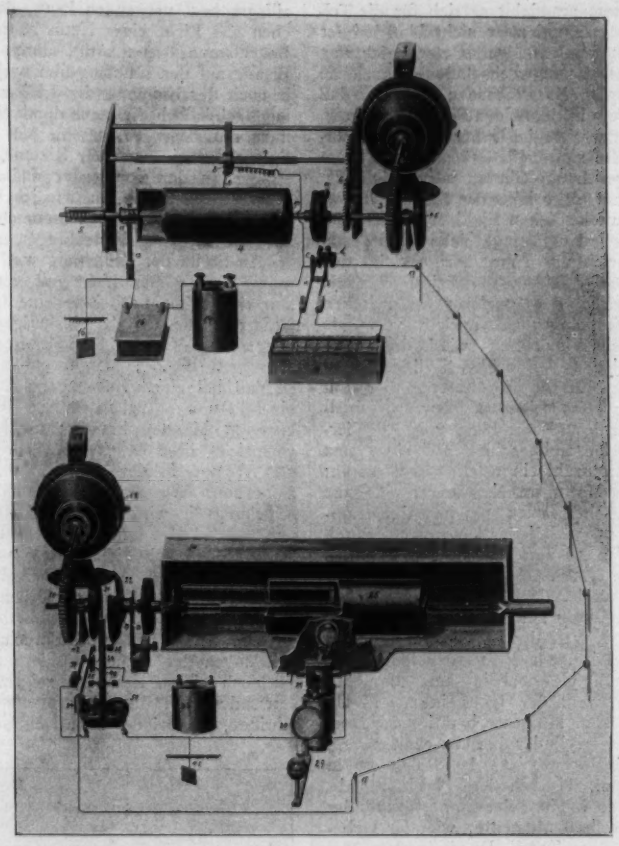


Fig. 3.

Die Nernstlampe 29 belichtet mit Hilfe eines Linsensystems immer ein Element des Empfangsfilms, welches dem Elemente der Geberfolie entspricht, auf dem gerade die Metallspitze 9 gleitet, es ist aber dafür gesorgt, daß das Licht jedesmal abgefangen wird und somit nicht auf den Empfangsfilm trifft, wenn der Linienstrom unterbrochen ist. Zu diesem Zwecke wird der Linienstrom durch ein Saitengalvanometer 31 geschickt, welches dieselbe Form hat, wie die Empfangssaitengalvanometer in meinem System der Phototelegraphie; es besteht aus zwei dünnen Metallfäden, die zwischen den Polen eines kräftigen Elektromagneten gespannt sind, und auf deren Mitte ein winziges Aluminiumblättchen aufgeklebt ist. Das Licht der Nernstlampe wird auf das Blättchen konzentriert und durch eine zweite Linse 32 der Schatten des Blättchens auf die Öffnung des Empfangskastens geworfen; wenn der Linienstrom unterbrochen ist, verdeckt der Schatten des Aluminiumblättchens die Öffnung des Empfangskastens, und es fällt kein Licht auf den Empfangsfilm; wenn dagegen ein Strom vom Geber durch die Galvanometerfäden geht, wird das Blättchen abgelenkt, und das Licht der Nernstlampe fällt nunmehr durch eine Linse 28 und eine winzige Blende auf ein Element des Empfangsfilms. Es braucht nun nur die Bedingung des Synchronismus zwischen Geber und Empfänger erfüllt zu sein, und die Zeichnung, Handschrift usw. wird auf dem Empfangsfilm richtig reproduziert werden. Anstatt Strompulsationen eines Sinnes durch die Leitung

gehen zu lassen, empfiehlt es sich für die Telautographie stets, und zwar nicht bloß bei der hier gebrauchten Saitengalvanometereinrichtung, Strompulsationen von wechselndem Vorzeichen durch das Empfangsinstrument zu senden, so daß dieses ein Strom in dem einen Sinne durchfließt, wenn die Metallspitze im Geber auf einer nichtleitenden Stelle sich befindet, und ein Strom in entgegengesetztem Sinne, wenn sich die Metallspitze auf einer leitenden Stelle befindet; zu diesem Zwecke sehen Sie hier die Gegenbatterien 14 und 33 eingezeichnet, die betreffende Einrichtung kann übrigens in den verschiedensten Weisen modifiziert werden. Um nun schließlich den Synchronismus zwischen Geber und Empfänger zu erzielen, verwende ich eine ähnliche Einrichtung, wie in der Phototelegraphie; jeder der beiden Zylinder wird durch je einen Motor angetrieben, der mit Hilfe eines Frequenzzeigers 2 bezw. 19 (abgestimmte Federn) und mit Hilfe von Regulierwiderständen im Nebenschluß auf eine ganz bestimmte Tourenzahl eingestellt werden kann; man läßt den Motor im Empfänger ein ganz klein wenig rascher laufen und hält den Empfangszylinder 25 nach jeder Umdrehung durch den Relaishaken 40 auf, der die Nase 38 des Kegelrades 22 erfaßt. Das mit dem Empfangszylinder starr verbundene Kegelrad 22 gleitet mit leichter Reibung auf dem von dem Motor angetriebenen Kegelrad 21, solange es nicht durch den Relaishaken 40 festgehalten wird; dieser wird nun jedesmal in dem Momente zurückgezogen, wenn der Geber eine neue Zeile beginnt; in diesem Momente betätigt der Vorstoß 10 am Geberzylinder den Umschalter *abcd*, der Strom wird gewendet, das Relais 50 in Tätigkeit gesetzt, dadurch der Relaishaken abgerissen, und so beginnt der Empfangszylinder genau in demselben Momente, wie der Gebezylinder, eine neue Zeile. Damit in dem Momente des Synchronismusstoßes der Strom nicht durch das Galvanometer, sondern durch das Synchronismusrelais geht, wird am Schlusse jeder Zeile im Empfänger das Galvanometer selbsttätig durch den Umschalter 35, 36, 37 ausgeschaltet.

Der Vorteil des Saitengalvanometers im Empfänger besteht darin, daß man zur Aufzeichnung im Empfänger kein weiteres mechanisches Relais braucht, sondern die Ausschläge des sehr rasch folgenden Saiteninstrumentes zeichnen selbst optisch auf dem Empfangsfilm; bei sehr guter Optik wird es zweifellos möglich sein, in der Telautographie das Instrument mit zwei Fäden zu verlassen und mit nur einem Faden zu arbeiten, was zweifellos wieder einen großen Fortschritt darstellen wird. Ich möchte nicht unterlassen, zu bemerken, daß man an Stelle des Saitengalvanometers auch einen Oszillographen verwenden kann, dessen Spiegelchen das Licht einer Nernstlampe oder einer Bogenlampe, wenn nötig, durch eine winzige Blende auf den Empfangsfilm wirft oder nicht, je nach der Richtung des Linienstromes; man kann schließlich dies auch durch eine Telephonmembran besorgen lassen, die ein winziges Spiegelchen, je nach der Richtung des Linienstromes in der einen oder anderen Richtung dreht Bisher gebe ich, wie ich bereits früher erwähnte, dem Saitengalvanometer vor allen anderen Empfangseinrichtungen den Vorzug.

An Stelle der Erdleitung wird man zweckmäßig, wenn man nicht mit verhältnismäßig starken Strömen arbeitet, eine Doppelleitung benutzen; die bei den bisherigen Apparaten vorgesehene Geschwindigkeit ist noch nicht sehr groß, die Zeile von 10 cm in 2 Sekunden, so daß bei einem Zeilenabstande von $^1/_4$ mm ein Bild von 10 mal 10 cm 800 Sekunden, also etwa 13 Minuten braucht; für Handschriften entspricht diese Geschwindigkeit wieder etwa 500 Worten in der Stunde, in Stenographie zirka 2000 Worten in der Stunde. Die Geschwindigkeit wird sich zweifellos für Zeichnungen und Handschriften wesentlich steigern lassen, doch habe ich diese Geschwindigkeit zunächst in der Absicht beibehalten, auch Autotypien mit Hilfe dieses Telautographen zu übertragen.

Ich komme nun zur Besprechung der Anwendungen der Telautographie, und dabei will ich auch einige Resultate zeigen. Die erste Anwendung ist die Übertragung von Handschriften, die bei der benutzten Übertragungs-

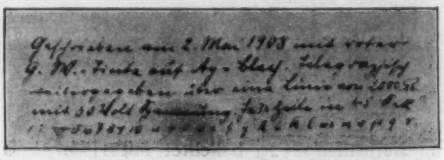


Fig. 4.

geschwindigkeit recht gut ausfallen, die Schwierigkeit der Verbreitung dieser Verwendung liegt in der Tat nicht in der Technik, sondern in der sehr schwierigen juristischen Frage, in welchen Fällen eine Telautographie gesetzlich anerkannt werden kann; es ist nicht zu leugnen, daß die Anerkennung telautographischer Unterschriften Betrügereien Tür und Tor öffnen würde, und um die Telautographie zu wirklich praktischer Verwendung zu bringen, wird die Auffindung besonderer Garantien für die Echtheit solcher Unterschriften, wie die gleichzeitige Übertragung eines Stempels einer Behörde oder dergl., nötig sein. Ich zweifle nicht, daß man

auch hier in der Zukunft einen geeigneten Ausweg finden wird.

Wir haben dann die Verwendung zur Übertragung meteorologischer Karten. Während jetzt z. B. die Seewarte in Hamburg den einzelnen meteorologischen Stationen alle Daten durch Worte übermitteln muß, worauf sich die Stationen selbst ihre Karten zurecht machen, könnte durch die Telautographie die Seewarte sogleich die ganze Karte allen Stationen tele graphisch übermitteln, wodurch ganz außerordentlich an Zeit und Mühe gespart würde.

Fig. 5.

In derselben Weise kann man natürlich auch militärische Krokis, technische Schemata und dergl. übertragen.

Hierauf folgt die Verwendung zur telegraphischen Übertragung von Handzeichnungen, eine Verwendung, welche für die illustrierten Zeitungen eine wesentliche Ergänzung zu der telegraphischen Übertragung von Photographien werden dürfte; die Telautographie hat vor der Phototelegraphie den Vorzug, wenn es sich um Wiedergabe scharfer Striche handelt, die bei der Phototelegraphie verwischt werden; die Telautographie ist für scharfe Zeichnung, die Phototelegraphie für Wiedergabe feinerer Tönungen, ohne scharfe Zeichnung.

Schließlich ist eben noch die Verwendung der Telautographie zur Übertragung von Autotypien und damit auch von Photographien zu betonen, und wenn nicht alles trügt, wird es hier bald die Telautographie mit der Phototelegraphie aufnehmen können; ich möchte Ihnen in dieser Richtung noch keine Resultate zeigen, da ich in der allernächsten Zeit hier einen noch weit größeren Fortschritt erhoffe und hier nichts Unfertiges vorführen möchte.

Ein großer Vorteil, den die Telautographie noch vor der Phototelegraphie hat, besteht darin, daß sie nicht so sehr von der Isolation der Leitung abhängig ist, wie die mit den Quantitäten der Ströme rechnende Phototele-

Fig. 6.

graphie, in der man mit verhältnismäßig schwachen Strömen arbeiten muß (im Maximum etwa 1 MA). So kommt es, daß man bei mangelnder Isolation in der Fernphotographie leicht Nachbarströme in die Leitung bekommt, die das Bild zerstören; ich möchte Ihnen hier ein solches Beispiel (Fig. 7) zeigen, bei dem Baudotapparate auf einer Nachbarlinie zwischen Paris und London ein Fernbild zerstört haben, so daß man außer den Synchronismusstößen der Baudotapparate auch fast das Telegramm ablesen kann. Das korrekt übertragene Bild zeigt die Figur 8.

Ich möchte am Schluß nicht unerwähnt lassen, daß zurzeit noch von anderen telautographische Systeme ausgebaut werden, ich möchte hier im besonderen das System des Belgiers Carbonelle erwähnen, der im Empfänger mit einer Telephonmembran arbeitet,

Fig. 7.

Fig. 8.

die im Falle von Stromstößen mit Hilfe eines kleinen Stichels durch Kohlepapier Eindrücke auf weißem Papier oder direkt feine Eindrücke in einer Metallfolie macht, und schließlich auch das System des Franzosen Berjonneau, der gleichfalls mit einer Telephonmembran im Empfänger arbeitet.

Es wird zweifellos nur der Allgemeinheit von Nutzen sein, wenn immer von neuem das Problem von verschiedenen Seiten angegriffen wird, und ich glaube, daß die allernächste Zeit ziemlich große Leistungen der Telautographie bringen wird.

(Eingegangen 24. September 1908.)

E. van Everdingen (De Bilt), Über die Ermittlung des Winkels zwischen Gradient und Windrichtung.

Der Gegenstand dieses Vortrages gehört zu den ältesten Fragen der Meteorologie; schon bald nach Aufstellung des Buys Ballotschen Gesetzes haben Clement Ley, Loomis, Guldberg und Mohn sich damit beschäftigt, und wenn man die Zahlen sieht, welche schon in alle Lehrbücher aufgenommen sind, oder die umfangreiche Abhandlung betrachtet, welche vor fast 10 Jahren Dr. Polis in dem Archiv der deutschen Seewarte[1]) veröffentlicht hat, möchte man fragen, was jetzt noch Neues darüber zu berichten sei.

Die Beobachtungen in höheren Luftschichten haben jedoch aufs neue die Aufmerksamkeit auf diese Frage gelenkt; Åkerblom[2]) hat die Beobachtungen auf dem Eiffelturm in dieser Hinsicht mit denen von Paris und Parc St. Maur verglichen, und kurz vor der Fertigstellung meiner Arbeit ist auch eine Arbeit von Gold[3]) erschienen, welche sich mit den normalen Winden bei verschiedenen Gradienten in verschiedenen Höhen über dem Erdboden beschäftigt.

Bei dieser Sachlage scheint es mir nicht überflüssig darauf hinzuweisen, daß der am meisten üblichen Methode zur Ermittlung der Gradientenrichtung meiner Ansicht nach ein prinzipieller Fehler anhaftet. Mit wenigen Ausnahmen hat man dazu Wetterkarten benutzt, indem zu den Isobaren Normalen gefällt wurden, und diese mit den beobachteten Windrichtungen verglichen.

Nun weiß aber jedermann, der sich mit der Praxis der Wetterprognose beschäftigt hat, daß in vielen Fällen die Barometerzahlen allein nicht genügen zur richtigen Bestimmung der Isobaren; daß ein ziemlich großer Freiheitsgrad übrig

1) Aus dem Archiv der Deutschen Seewarte, 1899, No. 2.
2) Nova Acta Upsala (4) **2**, No. 2, 1908.
3) Report on barometric gradient and wind force. London, 1908.

bleibt, den man nur herabsetzen kann, indem man die Windrichtungen heranzieht und aus diesen angenähert die Richtung der Isobaren, das Vorhandensein von Teilminima u. dgl. ableitet.

Wenn man also nachher den Winkel zwischen Gradient und Windrichtung wieder aus der Wetterkarte bestimmen will, ist jedenfalls die Gefahr für einen Zirkelschluß nicht zu verkennen.

Ich glaube deshalb, daß man, wo es sich um Ermittlung von Normalen handelt, auf jede Benutzung von Windbeobachtungen verzichten und nur Barometerzahlen verwenden muß. Wenn auch im einzelnen Falle die so ermittelte Gradientenrichtung etwas unrichtig herauskommen mag, wird der Fehler im Mittel doch verschwinden.

Für die Bestimmung des Gradienten aus Barometerzahlen allein kann man z. B. die Formel von Mohn benutzen; in dieser Weise wird jedoch die Rechnung ziemlich umständlich. Ich möchte deshalb auf die graphische Methode hinweisen, welche von meinem Vorgänger Prof. Wind ausgearbeitet wurde und in den Verhandlungen des Meteor. Instituts in De Bilt publiziert worden ist [1]).

Bekanntlich genügen die Barometerstände dreier Stationen um, unter Voraussetzung geradliniger Isobaren, die Gradientenrichtung zu bestimmen, und auf diesen Fall beziehen sich die graphischen Tabellen, von denen hier eine in vergrößertem Maßstabe vorgeführt ist. Für ein Stationendreieck braucht man drei Tabellen, je nachdem die erste, zweite oder dritte Station den mittleren Barometerstand aufweist. Man geht in die Tabelle ein mit den Differenzen zwischen dieser mittleren und den beiden anderen Stationen, und liest direkt Richtung und Stärke des Gradienten ab — die Richtung auf Zehntel-Kompaßstriche, die Stärke auf Zehntelmillimeter genau.

Für unsere Verhältnisse, wo die Zentralstation De Bilt von vier telegraphisch meldenden Hauptstationen umgeben ist, war es angebracht, vier Dreiecke zu benutzen, und für jedes Dreieck gesondert die Gradienten zu bestimmen. Weil der mittlere Gradient auf die tägliche Wetterkarte eingeschrieben wird, war es leicht für einige Jahre einen Vergleich zwischen Gradientenrichtung und Windrichtung in De Bilt anzustellen; der Fehler, den man durch Vernachlässigung der Krümmung der Isobaren macht, dürfte in diesem Falle äußerst gering sein, solange es sich nicht um sehr schwache Gradienten handelt.

Für eine Erweiterung dieser Untersuchung auf andere Gegenden, habe ich die Methode etwas abgeändert, indem ich nur drei Stationen für die Ermittlung des Gradienten benutzte, die Windrichtung jedoch einer vierten Station entnahm, welche im Schwerpunkte des betreffenden Dreieckes gelegen war. Auch in dieser Weise wird bei nicht zu stark gekrümmten Isobaren die Gradientenrichtung noch sehr genau ermittelt. Ich habe hier zwei Tabellen, eine für das Dreieck Vlissingen—Metz—Frankfurt und die Station Aachen, eine für Swinemünde—Magdeburg—Grünberg und die Stationen Berlin und Potsdam. Der Raum dieser Blätter, 20 × 26 cm, reicht vollständig für eine in allen praktischen Fällen genügende Genauigkeit, und die Arbeit, zur Herstellung der Tabellen verwendet, betrug jedesmal einen einzigen Tag — deswegen braucht also keiner sich den Nutzen dieser Tabellen zu versagen!

Während ich für Näheres über die Konstruktion der Tabellen auf die genannte Publikation verweise, möchte ich hier nur einzelne vorläufige Resultate nennen, welche mittels dieser Methode gewonnen wurden. Ich beschränke mich dabei auf die Fälle, wo der ermittelte Gradient über 1 mm pro 100 km war.

			Gradient nach					
N	*NE*	*E*	*SE*	*S*	*SW*	*W*	*NW*	Mittel
			De Bilt 1905—6.					
63°	82°	**84°**	73°	64°	62°	59°	63°	[69°]
			Aachen 1905—6.					
56°	50°	64°	54°	52°	52°	**71°**	70°	[59°]
			Aachen 1881—90.					
78°	70°	56°	60°	48°	45°	63°	**85°**	[63°]
			Potsdam 1903.					
62°	58°	50°	**68°**	(61°) *)	62°	56°	60°	[60°]
			Berlin 1905.					
65°	64°	47°	(56°) *)	61°	**66°**	63°	70°	[63°]

*) Zu wenig Beobachtungen.

Für De Bilt wurden die Gradienten um 7 und 9,30 Gr. Z. benutzt, und die Windrichtungen dem Anemograph entnommen; für die anderen Stationen sind nur 7 Gr. Z. Beobachtungen benutzt. Jede Beobachtung erhielt das Gewicht der zugehörigen Windgeschwindigkeit oder Windstärke, und die mittlere Richtung wurde einfach arithmetisch ermittelt; dies erscheint wenig bedenklich weil die Gradienten ursprünglich nach 16 Richtungen unterschieden wurden und deshalb die tatsächlichen mittleren Gradientenrichtungen sehr nahe diesen angenommenen Richtungen entsprachen. Nachher sind die Zahlen für den Winkel zwischen Gradient und Windrichtung auf 8 Richtungen verteilt.

Für Aachen sind auch die Resultate, welche Dr. Polis für 1881—90 aus den Hoffmeyerschen synoptischen Karten erhalten hat, zum Vergleiche herangezogen.

1) Kon. Ned. Meteor. Instituut, No. 102. Mededeelingen en Verhandelingen, No. 2.

Die Zahlen für De Bilt zeigen einen sehr regelmäßigen Charakter; sehr deutlich tritt die größere Abweichung von Gradienten bei nordöstlichen und östlichen Gradienten hervor, welche von Clement Ley zuerst hervorgehoben wurde und hier auf die geringere Reibung auf der Nordsee zurückgeführt wird; für südöstliche Gradienten findet man diese große Abweichung nur im Winter. Die hohe mittlere Abweichung, die noch höher als von Polis für den Küstenort Furnes gefunden wurde, ist wohl in erster Linie der freien Lage der Station De Bilt zuzuschreiben. Die Zahlen für die einzelnen Jahre 1905 und 1906 stimmen untereinander bis auf $3-4^0$; nur in einem Falle beträgt die Differenz etwa 7^0.

Ganz anders gestalten sich die Zahlen für Aachen — und merkwürdigerweise ist ein ziemlich großer Unterschied vorhanden zwischen den von mir erhaltenen Resultaten für 1905—6 und den von Dr. Polis ermittelten für 1881 bis 90. Die Übereinstimmung, welche auch hier 1905 und 1906 untereinander zeigen, läßt es sehr unwahrscheinlich erscheinen, daß nach unserer Methode für 1881—90 erheblich geänderte Zahlen ermittelt wären. Entweder muß also der Unterschied auf der veränderten und verbesserten Lage der Station Aachen beruhen oder es sind die Wetterkarten daran schuld, daß für gewisse Windrichtungen die Gradientenrichtung nicht richtig angenommen wurde.

Daß letzteres auch auf Mittelwerte Einfluß ausüben kann, zeigt ein Vergleich zwischen den von Gold für Berlin 1905 ermittelten Isobarenrichtungen mit den von mir aus den Barometerzahlen abgeleiteten Gradientenrichtungen. Für Juli 1905 z. B. ist der Winkelunterschied für die Isobaren 17 mal negativ und nur 10 mal positiv — die Abweichung variiert zwischen -67^0 und $+56^0$ — im Mittel ist die Isobarenrichtung nach meiner Rechnung um fast 4^0 nach links gedreht; für Januar ergibt sich im Mittel ebenfalls ein Unterschied von 4^0 im selben Sinne. Wenn dies für ein mittleres Resultat auch nicht allzu bedenklich erscheint, muß die Möglichkeit doch zugegeben werden, daß für spezielle Gradientenrichtungen viel stärker abweichende Resultate erhalten werden könnten.

Betrachtet man die neuen Resultate für Aachen als die richtigeren und vergleicht diese mit den Zahlen für Potsdam so sieht man, daß von einem allgemeinen Maximum der Abweichung für östliche Gradienten, wie es für De Bilt gefunden wurde, nicht mehr die Rede sein kann. Aachen hat nur für *E*, Potsdam für *SE* ein Maximum, aber Aachen für *NE*, Potsdam für *E* daneben das Hauptminimum. Es ist möglich, daß in beiden Fällen orographische Verhältnisse mitspielen — aber man muß sagen, daß jedenfalls die Allgemeingültigkeit des Clement Leyschen Satzes stark in Frage gestellt wird.

Auch weitere Einzelheiten — Unterschied zwischen Sommer und Winter, zwischen Zyklonen und Antizyklonen — müßten meiner Meinung nach aufs neue untersucht werden durch Herstellung eines umfangreichen Materials an Gradienten, nur aus Barometerständen abgeleitet.

Jedenfalls erscheint es mir wünschenswert, für mehrere Örter und längere Zeiträume nach dieser Methode den normalen Winkel zwischen Gradient und Wind und die normale Windstärke für jeden Gradienten zu bestimmen. Erst dann wird es gelingen können, die Bedeutung von abnormalen Windrichtungen oder Windstärken für die Prognose, wie dies z. B. von Guilbert behauptet wird, zu beurteilen.

Schließlich möchte ich noch bemerken, daß die schnelle und genaue Ermittlung des Gradienten bei Benutzung der graphischen Tabellen auch bei der täglichen Prognose Vorteil bringen kann; besonders wenn nach dem Vorschlage der Deutschen Seewarte beschlossen wird, in den Morgendepeschen auch eine Angabe der Barometeränderung in den letzten 2 oder 3 Stdn. vor der Morgenbeobachtung aufzunehmen. Die Änderung des Zustandes in diesem kurzen Zeitraum wird durch die Änderung von Richtung und Stärke des Gradienten am klarsten dargestellt werden.

(Eingegangen 23. September 1908.)

BESPRECHUNGEN.

K. Luyken, Die absoluten erdmagnetischen Beobachtungen der Kerguelenstation. II. Teil. Sonderabdr. aus „Deutsche Südpolarexpedition 1901—03". Bd. VI. Roy. 4. 113 S., 7 Tafeln. Berlin, Dietr. Reimer, 1908. 20 M.

Der vorliegende zweite Teil der erdmagnetischen Ergebnisse der Kerguelenstation der Deutschen Südpolarexpedition (über den ersten vgl. das Ref. dieser Zeitschr. **8**, 63—64, 1907) befaßt sich mit den absoluten Messungen der Deklination, Horizontalintensität und Inklination. Die Grundlagen, Beobachtungen und Berechnungsmethoden werden sehr ausführlich dargestellt, viel vollständiger z. B. als dies in den Ergebnissen der Deutschen Polarexpeditionen von 1882/83 geschehen ist. Auch keins der Handbücher über erdmagnetische Messungen enthält eine so eingehende Entwicklung der in der Praxis wirklich angewandten Methoden. Da der Verf. zudem nicht verschmäht, zu erwähnen,

wie er alle die großen und kleinen Schwierigkeiten überwunden hat, so stellt das Werk gleichsam ein praktisches Lehrbuch für erdmagnetische Messungen dar, ein Lehrbuch, in dem nicht wie gewöhnlich schöne Musterbeispiele stehen, sondern in welchem der Lernende mit der ganzen Fülle der Widerspenstigkeit magnetischer Messungen vertraut gemacht wird.

Für den Fachmann haben einige eingestreute Einzeluntersuchungen Interesse. Die Allgemeinheit dürfte besonders eine Ergänzung zur Theorie des Rotationserdinduktors interessieren; es handelt sich um den Fehler, den eine falsche Orientierung der Kommutatorbürsten in die Bestimmung der Inklination eintreten läßt. Ein richtiges Funktionieren des Apparats erfordert, daß die in ihm auftretenden Wechselströme in dem Moment kommutiert werden, in welchem die Normale zur Windungsfläche in die Meridianebene fällt. Die Theorie ist in ihren Grundlagen von Herrn Prof. Ad. Schmidt gegeben worden.

Seite 158 bemerkt der Verf., die heute angewandte Nullmethode bei Erdinduktormessungen sei 1883 von Mascart eingeführt, doch möchte Referent bemerken, daß die Methode von K. Schering im wesentlichen von dieser Methode nicht abweicht und schon 1878 im Tageblatt der Naturforscherversammlung S. 42 zur Veröffentlichung kam.

Die Ergebnisse der Kerguelenstation sind mit diesem zweiten Teile noch nicht abgeschlossen.

A. Nippoldt.

K. Deinhardt und A. Schlomann, Illustrierte technische Wörterbücher in sechs Sprachen: Deutsch, Englisch, Französisch, Russisch, Italienisch, Spanisch. Band II: Die Elektrotechnik. Unter redaktioneller Mitwirkung von Ingenieur C. Kinzbrunner. Mit nahezu 4000 Abbildungen und zahlreichen Formeln. kl. 8. XII u. 2100 S. München und Berlin, 1908, R. Oldenbourg. In Lnwd. geb. M. 25.—

Für technische Wörterbücher besteht unzweifelhaft ein dringendes Bedürfnis. Aus diesem Bedürfnis heraus sind auch die Vorarbeiten zu dem groß angelegten Technolexikon entstanden, das ja leider nicht zu Ende geführt werden konnte. Um so erfreulicher ist es, daß es den Herren Deinhardt und Schlomann dank der weisen Beschränkung, die sie sich auferlegt haben, gelungen ist, das Bedürfnis wenigstens teilweise zu befriedigen. Diese Beschränkung besteht darin, daß die genannten Herren nicht ein Wörterbuch für die gesamte Technik im weitesten Umfange zu schaffen versucht haben, sondern einzelne umgrenzte Gebiete der Technik für sich behandeln. Dadurch erzielen sie zugleich die weiteren Vorteile leichterer Handhabung, geringeren Umfanges und niedrigeren Preises der einzelnen Bände. Ein wesentlicher Vorteil gegenüber dem geplant gewesenen Technolexikon besteht bei den Deinhardt-Schlomannschen Wörterbüchern in der Ausdehnung auf drei weitere Sprachen: Russisch, Italienisch, Spanisch, sowie auf die Weltsprache Illustration. Wo die Ausdrücke schwanken, oder wo eine strenge Übersetzung nicht recht angängig ist, da vermag eine kurze Skizze, eine Formel sofort Klarheit zu schaffen. Es mag sein, daß hier und da kleine Ungenauigkeiten untergelaufen sind, daß auch noch Lücken bestehen. Derartige Mängel sind aber beim ersten Erscheinen eines so groß angelegten Werkes, dessen Herstellung nur unter Überwindung gewaltiger Schwierigkeiten möglich war, völlig unvermeidlich. In der nächsten Auflage werden solche Mängel sicherlich beseitigt sein. Übrigens vermögen sie auch dem Werte des Buches, das jedem Benutzer nach kurzem Gebrauch ein völlig unentbehrliches Hilfsmittel werden wird, keineswegs Abbruch zu tun.

Max Iklé.

Henry Crew, General Physics, an elementary text-book for colleges. Newyork 1908.

Das Buch soll dem jungen Studenten zur Einführung in die Physik dienen. Es ist demnach knapp und elementar gehalten, enthält aber im wesentlichen alle grundlegenden Gesetze der Physik, unter Berücksichtigung ihres Zusammenhangs, und die Grundzüge der Methoden, wie man zu ihnen gelangt.

Die Darstellung fängt meist mit einfachen alltäglichen Erfahrungen an, geht dann nach Aufstellung klarer, scharfer Definitionen der betreffenden physikalischen Begriffe zur Beschreibung der Versuche und Herleitung der Gesetze fort. Dabei werden zum größten Teil äußerst einfache, leicht nachzumachende Versuchsanordnungen benutzt. Die sich ergebenden allgemeineren Gesichtspunkte werden vielfach nur durch kurze, zu weiterem Studium anregende Hinweise berührt. Zur Unterstützung hierbei dienen umfangreiche Literaturangaben über größere Werke.

Unter den Aufgaben, die sich am Ende der Abschnitte befinden, sind unter viel allgemein bekannten auch solche von besonderer Eigenart.

Die Behandlungsweise weicht in mancher Hinsicht von der bei uns üblichen ab (z. B. reichliche Verwendung der Vektoren). Daher dürfte, obwohl wir keinen Mangel an guten deutschen Lehrbüchern haben, auch bei uns ein Studium dieses Werkes sehr nutzbringend sein.

H. Kochan.

K. Rosenberg, Experimentierbuch für den Unterricht in der Naturlehre. In 2 Bänden. Zweite, umgearbeitete und vermehrte Auflage. I. Band. gr. 8. IX u. 455 S. mit 361 Figuren. Wien, Alfr. Hölder. 1908. M. 6,—, gebunden M. 6,60.

Der Verfasser hat sein vor mehreren Jahren erschienenes Buch in zweiter Auflage völlig umgeändert. Hier liegt der erste Band vor, worin dem Lehrer für Physik und Chemie auf der Unterstufe Unterstützung und Ratschläge über Anstellung von Experimenten gegeben werden sollen. Der Verfasser will „den Bedürfnissen aller Schulgattungen mit Ausschluß der Hochschulen Rechnung tragen". Die Absicht kann als erreicht bezeichnet werden.

Der Inhalt ist sehr reichhaltig. Für die einzelnen physikalischen Erscheinungen sind im allgemeinen mehrere Arten von Versuchen angegeben, unter umfangreicher Benutzung von in Zeitschriften verstreuten Versuchsbeschreibungen anderer Experimentatoren: in dieser Sammlung liegt ein wesentlicher Wert des Buches. Zahlreiche Versuche mit einfachsten Mitteln und Anleitungen zu leichter und billiger Herstellung von Apparaten sind angegeben, so daß sich hier auch der Rat holen kann, der über geringe Hilfsmittel verfügt. Zugleich findet auch der, der über eine größere Sammlung und reichlichere Geldmittel verfügt, Anweisungen über zweckmäßige Verwendung größerer Apparate, Angaben über ihre Bewährung und Nennung geeigneter Bezugsquellen, was bei Neuanschaffungen besonders jüngeren Lehrern sehr angenehm sein kann. Die Zusammenstellung der zu jedem Versuche nötigen Gegenstände erleichtert rasche Vorbereitung.

Ein einleitender Teil enthält viele praktische Winke, besonders über Handfertigkeiten.

Bei dem niedrigen Preise dürfte das Buch weiteste Verbreitung finden. H. Kochan.

C. Schäffer, Natur-Paradoxe. Ein Buch für die Jugend zur Erklärung von Erscheinungen, die mit der täglichen Erfahrung im Widerspruch zu stehen scheinen. Nach Dr. W. Hampson's „Paradoxes of nature and science" bearbeitet. Mit 4 Tafeln und 65 Textbildern. 8. VIII u. 179 S. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner. 1908. In Lnwd. geb. M. 3.—

Mit dem Untertitel dieses hübschen Buches kann ich mich nicht ganz einverstanden erklären. Mag der Verfasser — ob der englische Verfasser oder der deutsche Bearbeiter, ist einerlei — das Buch auch ursprünglich nur für einen jugendlichen Leserkreis gedacht haben, so ist doch ein Werk entstanden, welches auch manchen Erwachsenen zu fesseln vermag. Ich bin überzeugt, daß die Lektüre dieses Buches viele Leser zu eingehenderer Beschäftigung mit den Naturwissenschaften anregen wird. Die deutsche Ausgabe ist schon aus diesem Grunde mit Freuden zu begrüßen. Max Iklé.

E. König, Die Autochrom-Photographie und die verwandten Dreifarbenraster-Verfahren. (Photographische Bibliothek, Bd. 23.) 8. IV u. 60 S. Berlin, Gustav Schmidt. 1908. M. 1,20, gebunden M. 1,70.

Das neue Lumièresche Verfahren zur Herstellung von Farbenphotographien wird eingehend beschrieben. Obwohl der Grundgedanke dieses Rasterverfahrens von Joly herrührt, hat doch die technische Vollkommenheit der Lumière'schen Platten dieses Verfahren erst praktisch eingebürgert. Wohl noch nie hat ein neues photographisches Verfahren in so kurzer Zeit in dem Kreise der Amateure eine so weite Verbreitung gefunden. Daß nun auch ein von einem erfahrenen Fachmann geschriebener Leitfaden der Autochromphotographie erschienen ist, ist daher mit Freude zu begrüßen.

Riesenfeld.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Wien Dr. H. Tietze für Mathematik.

Ernannt: Der Privatdozent an der Universität Bonn Dr. Erhardt Schmidt zum ord. Professor für Mathematik an der Universität Zürich.

Gestorben: Der ord. Professor der Chemie am Polytechnikum Riga Dr. C. A. Bischoff.

Gesuche.

Promovierter Physiker

mit vierjähriger Laboratoriumspraxis **sucht** dauernde Stelle in einem größeren wissenschaftlichen Institut oder einer größeren Unternehmung. Anträge unter **„Volta"** an die Expedition dieser Zeitschrift erbeten.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Emil Bose in Oliva bei Danzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

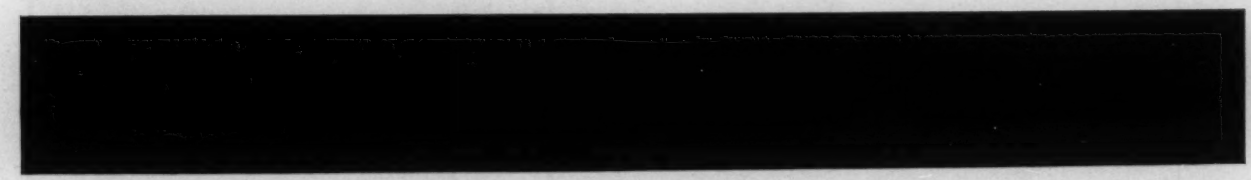


Fig. 1. Versuch No. 7.

Fig. 2. Wiederholung von Versuch No. 13 mit Schutzring.